

## تأثیر ذرات محبوس بر انبساط پلاسما به خلأ در حضور میدان الکترومغناطیسی

جاوید ضمیر انوری و محمود رضا روحانی: دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

### چکیده

در این مقاله با استفاده از مدل شارهای برای پلاسما، نقش ذرات محبوس در انبساط پلاسما به خلأ در حضور میدان الکترومغناطیسی قوی مورد بررسی قرار گرفته است. در ناحیه غیر خطی تعداد ذرات محبوس افزایش می‌یابد و تأثیر آنها قابل ملاحظه است. مقایسه نتایج به دست آمده با موردی که در آن نقش ذرات محبوس حذف شده است نشان می‌دهد که به موازات کاهش سرعت انتشار مرز پلاسما و خلأ، سرعت جبهه موج افزایش می‌یابد.

### مقدمه

امروزه مقوله انبساط پلاسما در حضور میدان الکترومغناطیسی EM به دلیل تنوع کاربرد آن، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مهمترین زمینه کاربرد آن در بررسی مراحل مختلف ICF<sup>۱</sup> است. هنگامی که قرص دوتریوم، تریتیوم به طور همسانگرد توسط لیزرهای قوی مورد اصابت قرار می‌گیرد، پلاسمایی در لبه قرص به وجود می‌آید که ضمن برهم کنش با میدان موج لیزری منبسط می‌شود. در اثر این انبساط موج ضربه‌ای به وجود می‌آید که به طرف مرکز قرص حرکت می‌کند و باعث تراکم قرص و مهیا شدن شرایط برای انجام گرفتن فیوژن می‌شود. مقوله فوق در پلاسمای غباری و اختر فیزیک نیز مورد توجه قرار گرفته است. از انتشار اولین مقاله در این زمینه سالها می‌گذرد و هنوز مطالعات نظری و عملی در این زمینه ادامه دارد. نتیجه این مطالعات انتشار مقالات متعددی است که به جنبه‌های مختلف این فرآیند پرداخته است و هر یک تحت شرایط معین به نتایجی منجر شده است. نکته قابل توجه این است که در دامنه‌های بالا اثر کاملاً غیرخطی ذراتی که در چاههای پتانسیل داخل پلاسما محبوس می‌شوند، لحاظ نشده است. تعداد این دسته از ذرات که انرژی لازم برای فرار از چاه پتانسیل را ندارند با افزایش عمق چاه (رژیم غیر خطی) افزایش می‌یابد. بنابراین در ناحیه غیرخطی که دامنه‌ها بسیار بزرگ است، تعداد این ذرات قابل ملاحظه است و نمی‌توان تأثیر ناشی از حضور آنها را نادیده گرفت.

در ادامه سخن، ابتدا به طور اجمال راجع به فرآیند محبوس سازی و چگالی ذرات محبوس بحث می‌شود، سپس

<sup>۱</sup> - Inertial Confinement Fusion

ضمن فرمول بندی انبساط پلاسما به خلأ در حضور میدان الکترومغناطیسی، معادلات غیرخطی جفت شده مربوط به این سیستم به دست می‌آید و در پایان با حل عددی این معادلات به بررسی نتایج و مقایسه آن با نتایج قبلی خواهیم پرداخت.

### فرآیند محبوس سازی ذرات

فرآیند محبوس سازی اساساً به دو روش انجام می‌شود :

الف ( محبوس سازی برخوردی

در این مکانیسم ذره‌ای که در ابتدا آزاد است ( انرژی لازم برای فرار از چاه پتانسیل را دارد) پس از برخورد با ذره‌ای دیگر انرژی‌اش را از دست می‌دهد و در داخل چاه محبوس می‌شود.

ب ( محبوس سازی غیربرخوردی

در این روش، محبوس سازی ذرات اساساً به دلیل ناپایا بودن میدان صورت می‌گیرد و با تغییرات زمانی پتانسیل امکان محبوس سازی ذرات فراهم می‌شود. این مکانیسم به دو گروه زیر تقسیم می‌شود :

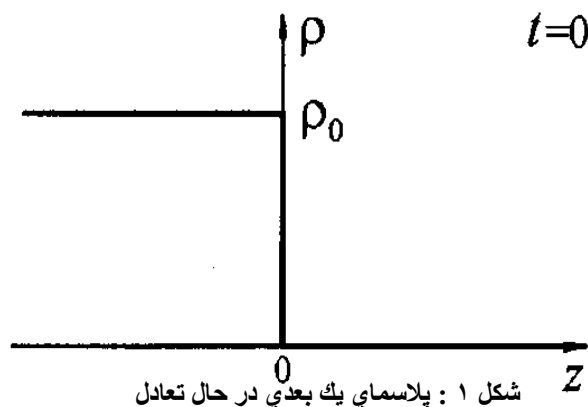
ب-۱ ( محبوس سازی آدیاباتیک<sup>۱</sup>

ب-۲ ( محبوس سازی آنی<sup>۲</sup>

در روش نخست تغییرات میدان به آرامی صورت می‌گیرد. اگر فرکانس نوسانات ذره داخل چاه پتانسیل را با  $\omega$  و زمان نشان دهنده تغییرات میدان را با  $t_0 = 1/\eta$  نشان دهیم  $\omega \ll \eta$  فرض آدیاباتیک بودن فرآیند خواهد بود.

گوروویچ در سال ۱۹۶۸ با استفاده از تئوری جنبشی و اعمال شرایط مرزی در فضای فاز روی تابع توزیع ذرات نشان داد که چگالی ذرات از رابطه زیر به دست می‌آید [۱] :

$$n = n_0 e^{-\phi_m} F(\phi_m - \phi)$$



۱- adiabatic trapping

۲- spontaneous trapping

که در آن  $\phi_m$  ماکزیم پتانسیل مؤثر بهنجار شده  $e\phi_{eff}/T$  ، درجه حرارت ذرات و  $F$  تابعی است که توسط رابطه زیر بیان می‌شود.

$$F(x) = e^x \left( 1 - \operatorname{erf}(\sqrt{x}) + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{\pi}} \right) \quad (\text{الف})$$

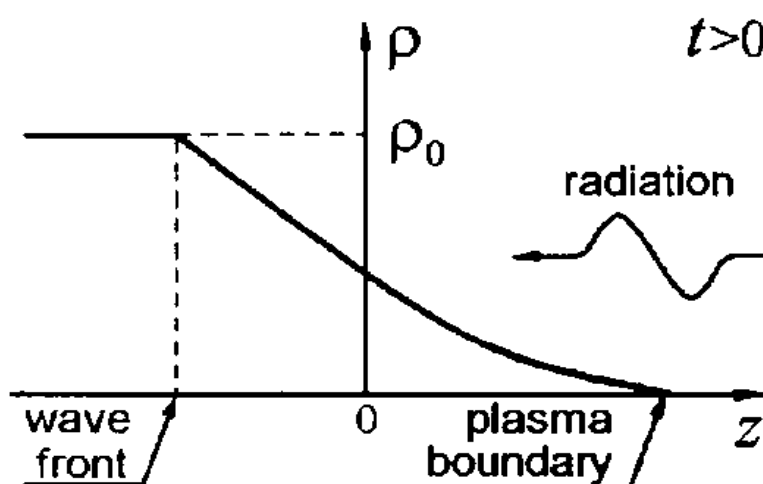
که در آن  $\operatorname{erf}(x)$  تابع خطا است که توسط رابطه زیر بیان می‌شود :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (\text{ب})$$

در قسمت (ب-۲) تغییرات میدان چنان سریع اتفاق می‌افتد که ذرات فرصت کافی برای درک محبوس شدن را ندارند.

### فرمول بندی مسأله

پلاسمایی یک بعدی با چگالی جرمی  $\rho$  و درجه حرارت  $T$  را که در لحظه  $t = 0$  نیم فضای  $z < 0$  را اشغال کرده است، در نظر می‌گیریم (شکل ۱). در لحظه  $t = 0$  میدان الکترومغناطیسی روی پلاسمایی که شروع به انبساط کرده تابانده می‌شود. در نتیجه میان جبهه موج و مرز پلاسما با خلأ یک لایه پلاسمایی غیر همگن به وجود می‌آید (شکل ۲). فرض می‌کنیم در حین برهم کنش هندسه مسأله تغییر نمی‌کند یعنی حالت یک بعدی مسأله حفظ می‌شود (در مورد برهم کنش لیزر با پلاسمای فرض به معنای کوچک بودن ضخامت ناحیه غیر همگن نسبت به ابعاد پالس لیزری است). تحت تأثیر میدان فرکانس بالا EM نیروی گرانی  $^1$  میانگین باعث جدایی بارهای الکتریکی و تولید امواج طولی با فرکانس پایین می‌شود. در صورتی که شدت موج طولی برانگیخته شده



شکل ۲: انبساط پلاسما در حضور میدان الکترومغناطیسی

<sup>۱</sup>- Pondermotive force

به اندازه کافی زیاد باشد، می‌تواند ذرات پلاسما را محبوس می‌کند و توزیع آنها را در فضای فاز تغییر دهد. این مکانیزم غیرخطی می‌تواند باعث تغییر مشخصه‌های انتشار پلاسما در خلأ شود. در این حالت پتانسیل مؤثری که ذرات احساس می‌کنند، از رابطه زیر به دست می‌آید [۳] و [۲]:

$$\phi_{eff} = \phi_s - \frac{e|E_0|^2}{2m\omega^2}$$

که در آن  $\phi_s$  پتانسیل ناشی از جدایی بارها و جمله دوم پتانسیل نیروی گرانشی است. معادلات حاکم بر

یونهای سرد شامل معادله اندازه حرکت و پیوستگی است:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} (c_s^2 \frac{\partial \rho}{\partial z} + F_{HF}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v) = 0 \quad (2)$$

که در آن  $c_s = \sqrt{\gamma T/M}$  سرعت صوت که تابعی از چگالی است ( $c_s^2 = const. \rho^{\gamma-1}$ )، ضریب اتمیسته و  $M$  جرم یون است. نیروی  $F_{HF}$  که سمت راست معادله (۱) ظاهر شده ناشی از فشار موج تابشی است که از رابطه زیر به دست می‌آید [۴]:

$$F_{HF} = \frac{1}{16\pi} (\epsilon - 1) \frac{\partial}{\partial z} |E|^2 \quad (3)$$

که در آن  $\epsilon(\rho)$  ضریب گذردهی پلاسما و  $E$  میدان الکتریکی موج EM است. در پلاسمای غیربرخوردی  $\epsilon$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\epsilon(\rho) = 1 - \frac{\omega_p^2(\rho)}{\omega^2} = 1 - \frac{\rho}{\rho_{cr}} \quad (4)$$

که در آن  $\omega$  فرکانس موج الکترومغناطیسی و  $\omega_p^2 = (4\pi e^2 \rho)/(mM)$  فرکانس پلاسما و  $m$  جرم الکترون است. با توجه به بحث مربوط به ذرات محبوس، چگالی ذرات در پلاسمای شبه خنثی  $n_e \cong n_i$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{\rho} = \frac{F [\frac{1}{2} \Omega^2 (E_m^2 - E^2)]}{F [\frac{1}{2} \Omega^2 E_m^2]} \quad (5)$$

که در آن  $\tilde{\rho} = \rho/\rho_0$ ،  $\Omega^2 = \omega_p^2(\rho_0)/\omega^2$ ،  $c_{s_0} = c_s(\rho_0)$  و  $E_m$  ماکزیم میدان الکتریکی بهنجار شده به صورت زیر است:

$$\frac{|E|^2}{16\pi\rho_0 c_{s_0}^2} \rightarrow |E|^2$$

با قرار دادن  $\tilde{\rho}$  از معادله (۵) در (۳) خواهیم داشت :

$$\frac{F_{HF}}{\rho_0 c_s^2} = -\frac{\Omega^4}{2} \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{\rho} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{E_m^2 - E^2}}{F(\frac{\Omega^2}{2} E_m^2)}} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z}$$

با قرار دادن  $F_{HF}$  در معادلات شماره‌ای و معرفی کمیت‌های  $\tau = c_s t$ ،  $\tilde{v} = v/c_s$  و  $\tilde{c}_s = c_s/c_{s_0}$  این

معادلات به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} = -\frac{1}{\tilde{\rho}} (\tilde{c}_s^*)^2 \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial z} \quad (۶)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\tilde{\rho} \tilde{v}) = 0 \quad (۷)$$

که در آن  $\tilde{c}_s^*$  سرعت مؤثر صوت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{c}_s^{*2} = \tilde{c}_s^2 + \frac{\Omega^4}{2} \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{\rho} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{E_m^2 - E^2}}{F(\frac{\Omega^2}{2} E_m^2)}} \quad (۸)$$

معادلات (۶) و (۷) مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی جفت شده‌ای را تشکیل می‌دهند که در آن اثر مربوط به میدان الکترومغناطیسی در جمله دوم مربوط به تعریف  $\tilde{c}_s^*$  نهفته است. توجه داریم که شکل تابعی وابستگی جمله مورد نظر به چگالی  $\tilde{\rho}$  متأثر از حضور ذرات محبوس در مسأله است. در غیاب ذرات محبوس سرعت مؤثر از رابطه زیر به دست می‌آید [۴]:

$$\tilde{c}_s^{*2} = \tilde{c}_s^2 + \frac{1}{4} A \Omega^4 \tilde{\rho} (1 - \Omega^2 \tilde{\rho})^{-3/2} \quad (۹)$$

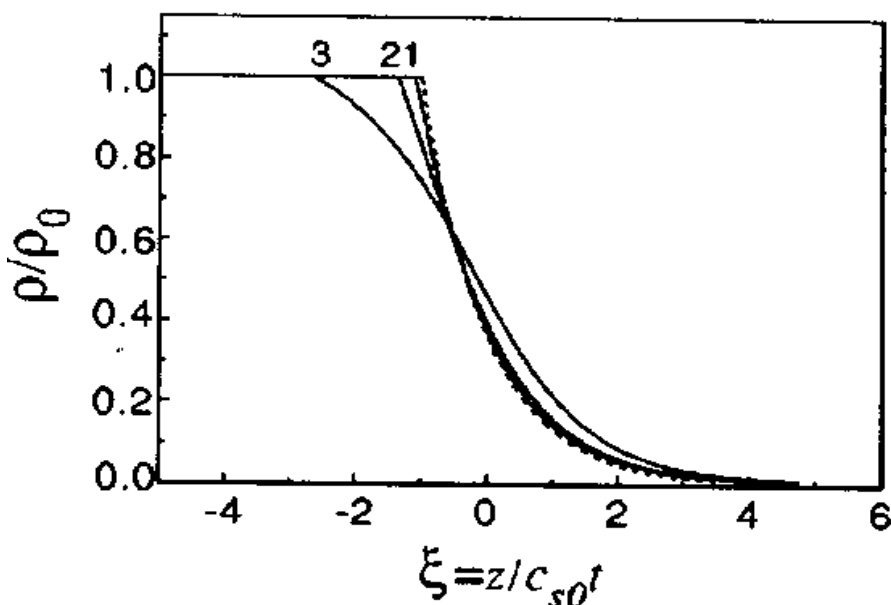
که در آن  $A = E_m^2 / (8\pi\rho_0 c_s^2)$  است. جمله دوم رابطه فوق اثر وجود میدان الکترومغناطیسی در انبساط پلاسما را نشان می‌دهد که در مرجع [۴] اجمالاً به آن پرداخته شده و نتایج آن در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است.

نکته بسیار مهمی که باید به آن دقت کرد اینجا نادیده گرفته شده است آن است که در دامنه‌های بالا اثرات غیرخطی مربوط به ذرات محبوس قابل ملاحظه خواهد بود و استفاده از رابطه (۹) که در مرجع [۴] به آن اشاره شده ناصحیح است. در این حالت برای درک اثر ذرات محبوس باید از رابطه (۸) برای حل معادلات (۶) و (۷) استفاده کرد. جواب ریمانی معادلات فوق در غیاب ذرات محبوس (شکل‌های ۳ و ۴) که با حل معادلات (۶)، (۷) و (۹) به دست می‌آیند، نشان می‌دهد که سرعت انتشار پلاسما به خلأ و سرعت جبهه موج در مقایسه با حالتی که موج الکترومغناطیسی وجود ندارد افزایش می‌یابد. در شکل ۳ جواب‌های ریمانی به ازاء  $\gamma = 1$ ،  $A = 3$  و مقادیر مختلف  $0/6$ ،  $0/75$  و  $0/9$  نشان داده شده است. در شکل ۴ پارامتر  $A = 10$  اما پارامترهای دیگر

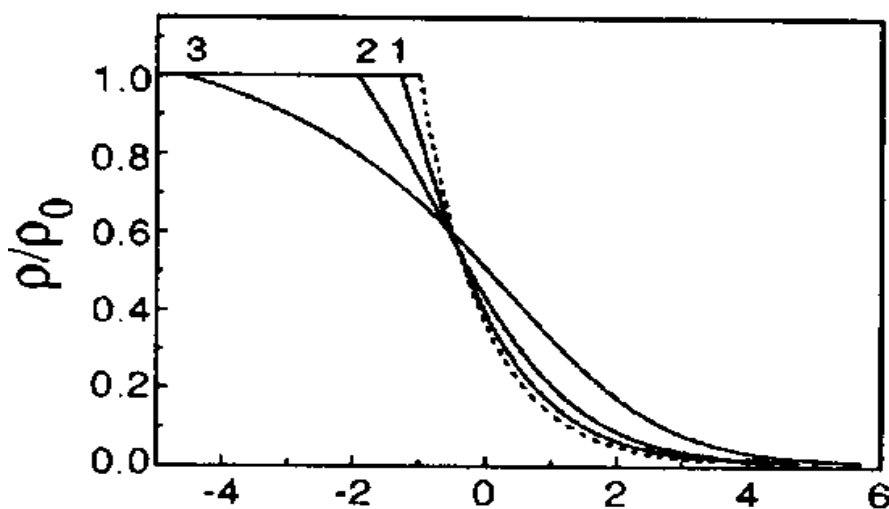
۱-Effective Sound velocity

یکسان انتخاب شده است. در شکل‌های ۳ و ۴ نمودارهای مختلف به ازاء مقادیر مختلف  $\Omega$  رسم شده است. در این دو شکل نمودارهایی که با نقطه چین مشخص شده‌اند، انبساط آزاد پلاسما را در غیاب میدان الکترومغناطیسی نشان می‌دهد.

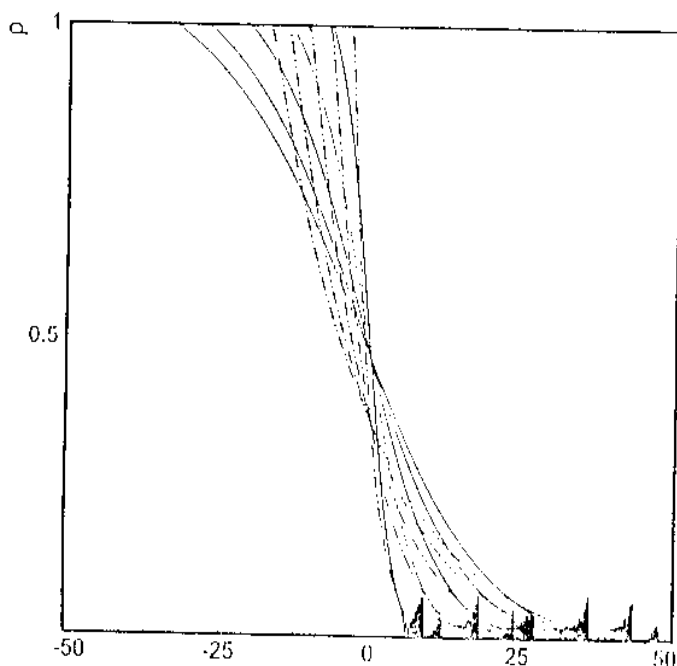
برای درک اثر ذرات محبوس باید معادلات (۶) و (۷) را با جایگذاری  $c^*$  از فرمول (۸) حل کرد. در این حالت به دلیل شکل پیچیده تابع  $F(x)$  در فرمول الف، حل تحلیلی وجود ندارد. نتیجه حل عددی این معادلات با استفاده از کد کامپیوتری یک بعدی در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۳: جواب ریمانی معادلات شماره‌ای به ازاء  $A=3$  و  $\gamma=1$  نمودارهای ۱، ۲، ۳ متناظر با  $\Omega=0/6$  و  $\Omega=0/9$



شکل ۴: جواب ریمانی معادلات شماره‌ای به ازاء  $A=10$  و  $\gamma=1$  نمودارهای ۱، ۲، ۳ متناظر با  $\Omega=0/6$ ،  $\Omega=0/75$  و  $\Omega=0/9$



شکل ۵: تحول زمانی چگالی پلازما به ازاء  $A = 3$ ،  $\Omega = 0.8$  و  $\gamma = 1$ . نمودار با خط ممتد بدون ذرات محبوس نمودار نقطه چین با ذرات محبوس

در این شکل پارامتر  $A = 3$  و  $\Omega = 0.8$  انتخاب شده است. نمودار نقطه چین تحول زمانی انبساط پلازما به خلأ در حضور میدان الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که در آن نقش ذرات محبوس منظور شده است. نمودار با خط ممتد نیز نشان دهنده همان فرآیند، اما بدون احتساب ذرات محبوس است. همانطور که ملاحظه می‌شود سرعت حرکت لبه پلازما افزایش یافته اما سرعت جبهه موج کاهش می‌یابد.

مقایسه نتایج نشان می‌دهد با تأثیر ذرات محبوس در فرآیند فوق‌الذکر سرعت حرکت لبه پلازما (نسبت به حالت قبل که اثر ذرات محبوس لحاظ نشده بود) افزایش یافته است اما در عوض سرعت جبهه موج کاهش می‌یابد. تغییر مشخصه انبساط پلازما به دلیل حضور ذرات محبوس می‌تواند نقش بسیار مهمی در پدیده‌هایی که به برهم‌کنش امواج الکترومغناطیسی و پلازما مربوط می‌شوند بازی کند.

### مراجع

- 1- A.V. Gurevich, Sov. Phys. JETP 53, 953 (1967)
- 2- M. R. Rouhani, N. L. Tsintsadze, and D.D. Tskhakaya, Physics of Plasmas, Vol. 6, No. 2, (1999)
- 3- H. Abbasi, M. R. Rouhani, and D.D. Tskhakaya, Physica Scripta, Vol. 56 (1997) 619-622.
- 4- A. V. Ivlev and V.E. Fortov, Physics of Plasmas, Vol. 6, No. 5 (1999)