

ملاحظات برای تدوین دستگاه عددنویسی فارسی میانه

و انعکاس آن در فارسی نو

ابراهیم واشقانی فراهانی*

چکیده

دستگاه عددنویسی یکی از اجزای مهم و بحث‌انگیز سامانه‌های خط است که دو بُعد دارد و به‌سادگی به صورت نوشتاری عدد محدود نمی‌شود. دشواری عددنویسی از یک‌سو به ماهیت عدد و نحوهٔ موجودیت آن در هر زبان بازمی‌گردد که خود نتیجهٔ نوع نگرش متفاوت هر تبار به هستی است و بُعد دوم به نحوهٔ نگارش موجودیت‌های عددی در هر زبان مربوط است؛ بنابراین، با اینکه عددنویسی پدیده‌ای در حوزهٔ خط است، نمی‌توان آن را پدیده‌ای صرفاً خطی دانست، بلکه برای توصیف دستگاه عددنویسی لازم است که به نوع نگرش و بینش اقوام و ملل به هستی و مخصوصاً بنیان‌های اساطیری بینش هر ملت توجه شود. فارسی میانه نیز از این ره‌یافت مستثنی نیست و یکی از لازمه‌های مغفول پاسخگویی به ابهامات دستگاه عددنویسی فارسی میانه، همین توجه به نوع نگرش به هستی و مخصوصاً باورهای اساطیری ایرانیان است. در این مقاله، در ادامهٔ تلاش‌هایی که تاکنون برای تدوین و توصیف دستگاه عددنویسی فارسی میانه شده است، ملاحظات دیگری دربارهٔ این دستگاه پیشنهاد می‌شود و پاسخ برخی از ابهامات در دستگاه عددنویسی فارسی میانه در خلال این ملاحظات به بحث گذاشته می‌شود. نیز برخی از بقایا و انعکاس‌های این دستگاه در زبان و خط فارسی نو پیگیری می‌شود که از یک‌سو به تدوین دستگاه عددنویسی فارسی میانه یاری می‌رساند و از سوی دیگر، درک واژه‌ها و متون فارسی نو را تسهیل می‌کند. یافته‌های مقاله گویای ممکن‌بودن توصیف دستگاه‌وار عددنویسی فارسی میانه است و در این کار یاری‌گرفتن از بنیان‌های اساطیری اندیشهٔ ایرانی راهگشا و دارای اهمیت است. این مقاله در نهایت مدعی تدوین دستگاه عددنویسی فارسی میانه نیست و ملاحظات و پیشنهادهایی برای تدوین این دستگاه ارائه داده است.

کلیدواژه‌ها: عدد، دستگاه عددنویسی، پهلوی ساسانی، فارسی میانه، فارسی نو، اساطیر.

* دانشجویار زبان و ادبیات فارسی دانشگاه پیام نور، تهران، ایران، vasheghani1353@pnu.ac.ir



تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۰/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۲/۳

دوفصلنامهٔ زبان و ادبیات فارسی دانشگاه خوارزمی، سال ۳۲، شمارهٔ ۹۷، پاییز و زمستان ۱۴۰۳، صص ۲۹۱-۳۱۵

Considerations for Compiling the Middle Persian Numeral System and Its Reflection in Modern Persian

Ebrâhim Vâsheqâni Farâhâni*

Abstract

The numeral system is one of the most important and challenging components of the writing system, which has two dimensions and is not simply limited to the written form of numbers. The challenge of number writing, on the one hand, is due to the nature of numbers and the way they exist in each language, which itself is the result of the different attitude of each nation to existence, and the second dimension of the challenge is related to the way of writing numerical entities in each language. Therefore, even though number writing is a phenomenon of the writing system, it cannot be considered a purely inscriptive phenomenon, but to describe the numeral system, it is necessary to pay attention to the type of attitude and vision of peoples and nations towards existence and especially the mythological foundations of the attitudes of each nation. Middle Persian is no exception to this approach, and one of the neglected requirements for responding to the ambiguities of the Middle Persian numeral system is the attitude towards existence, particularly the mythological beliefs of Iranians. Following the valuable efforts made so far to compile and describe the Middle Persian numeral system, this article proposes other considerations while discussing the answers to some uncertainties still existing in the Middle Persian numeral system. Moreover, some of the traces and reflections of this system are tracked in the Modern Persian language and script, which on the one hand helps compile the Middle Persian numeral system and on the other hand, facilitates the understanding of Modern Persian words and texts. The findings of this study show that it is possible to describe the Middle Persian numeral system, and to do so, seeking help from the mythological foundations of Iranian thought is beneficial and crucial. The present article does not claim it has formulated the Middle Persian numeral system, although it presents considerations and suggestions for compiling it.

Keywords: Number, Numeral System, Sasanian Pahlavi, Middle Persian, Modern Persian, Mythology.

* Associate Professor of Persian Language and Literature, Payâm-e Noor University, Tehran, Iran. *vasheghani1353@pnu.ac.ir*

۱. مقدمه و بیان مسئله

عدد یا شماره پدیده‌ای چندوجهی است که از جنبه‌های گوناگون می‌توان به آن نگریست و توصیفش کرد. از دید فلسفی، عدد کمّ منفصل است؛ زیرا هر عدد پدیده‌ای جدا از عدد پیشین و پسین خود است. این کمّ منفصل در برابر کمّ متصل است که اشکال هندسی‌اند. دانش ریاضی مجموعه تأملات و اندیشه‌های بشر درباره کمیت‌ها است. این دانش درباره امور انتزاعی است؛ زیرا در عالم واقع اشیا وجود دارند نه خود کمیت‌ها که از اشیا منتزع شده‌اند (ملاصدرا، ۱۴۰۲: ۴)، بالین حال برخی از مکاتب فلسفی اعداد را ماهوی و واقعی می‌دانند. از مهم‌ترین این مکتب‌ها می‌توان به فیثاغورثیان اشاره کرد که جوهره فلسفه‌شان چنین بود: «همه هستی عدد است» (Boyer, 1991: 54). آنان هرچه را هست (موجودات) و هرچه را می‌شود (قواعد هستی) عدد می‌دانستند (هومن، ۱۳۴۸: ۸۸). از دید آنان، عدد حقیقت هستی است و «یک» حقیقت عدد است (فروغی، ۱/۱۳۴۴: ۶). با این تعبیر، صفر عدد نیست و یک را نیز نمی‌توان عدد محسوب کرد، بلکه یک پایه اعداد است. این دیدگاه درباره صفر میان همه اقوام و اندیشه‌های کهن مشترک بوده است و درباره یک نیز گاه چنین دیدگاهی وجود داشته است (برای نمونه: بیرونی، ۱۳۸۷: ۳۳، ۳۴).

عدد در زبان‌ها و سامانه‌های خطی بشر حضور بسیار متنوع دارد و به‌سختی می‌توان دستگاه‌های عددنویسی را شمارش و دسته‌بندی کرد. بالین حال، با نظر به پرکاربردترین و مشهورترین دستگاه‌های عددنویسی و با نادیده گرفتن مواردی که دستگاه‌ها در هم تداخل دارند، می‌توان دو گروه اصلی برای دستگاه‌های عددنویسی در نظر گرفت: عددواژه‌ها و عددهای نمادین. **عددواژه‌ها:** عدد جزئی از زبان است که نه بر خود اشیا، بلکه بر کاهش و افزایش اشیا دلالت می‌کند؛ پس، عدد نه شیء بلکه وضعیتی برای شیء است و از این جهت، عدد گونه‌ای صفت است و اگر به‌تنهایی به‌کار رود، ضمیر است. از آنجاکه عدد جزئی از زبان و واژه‌ای از طبقه دستوری صفت (و گاه ضمیر) است، می‌توان آن را مانند دیگر صفت‌ها و ضمیرها نوشت؛ یعنی با تلفیقی از واج‌ها و مطابق آنچه خوانده می‌شود: یک، دو، سه، چهار و... چنین پدیده‌ای را می‌توان «عددواژه» نامید؛ یعنی واژه‌ای که عدد است، یا به تعبیر دیگر، عددی که مانند واژه‌های دیگر با ترکیبی از واج‌ها نوشته شود، اما مقدار عدد اگر بزرگ شود و در نتیجه نگارش عدد طولانی شود، ممکن است دردسرهایی ایجاد کند؛ به‌ویژه در متن‌های ریاضی. باید به‌نحوی عدد را کوتاه‌تر کرد و به‌جای نوشتن عدد در قالب واژه، آن را به صورت‌های نمادین

مختصر کرد. اینجا است که دستگاه عددنویسی نمادین ظاهر می‌شود و این دستگاه خود بر دو گونه اصلی است: اعداد تصویری و اعداد غیرتصویری.

دستگاه عددنویسی تصویری: عددهای تصویری شکل‌های واقع‌نمای منتزع از طبیعت بیرونی‌اند. معروف‌ترین نمونه از این گونه عددنویسی از آن مصریان باستان در چارچوب خط هیروگلیف است (Allen, 2010: 103).

						
1	10	100	1000	10000	100000	10 ⁶

نمونه‌ای از دستگاه عددنویسی تصویری در مصر باستان

دستگاه عددنویسی غیرتصویری: با توجه به دشواری گسترش‌پذیری دستگاه عددنویسی تصویری، دستگاه‌های عددنویسی دیگری پدید آمد که وجه اشتراکشان آن است که انتزاعی‌اند، اما تصویری و واقع‌نما نیستند. این اعداد را می‌توان در دو گروه جای داد:

الف) اعداد حروفی: حروف الفبا ترتیب دارند، مانند ترتیب ابجدی، ترتیب ابثی، ترتیب ابجدی و دیگر ترتیب‌ها. می‌توان هر حرف را، مطابق با ترتیبش، نماد یک عدد دانست. معروف‌ترین نمونه‌های این گونه عددنویسی، دستگاه حساب جَمَل (حساب‌های ابجد، ابث، ابجد و...) در میان مسلمانان، دستگاه عددنویسی یونانی، و دستگاه عددنویسی رومی است. یونانیان ۲۷ نویسه الفبای خویش را چنین میان عددها بخش کرده بودند که نه نویسه نخست، اعداد ۱-۹، نه نویسه دوم، دهگان ۱۰-۹۰، و نه نویسه آخر، صدگان ۱۰۰-۹۰۰ بود و عددهای میان این عددها با کنار هم چیدن عددهای موجود پدید می‌آمد، اما برای مرتبه‌های بالاتر عددی، مانند هزار و ده‌هزار و بالاتر، نیاز به نویسه‌های تکمیلی بیرون از دستگاه بود. دستگاه عددنویسی رومی نیز همین نقص را داشت و دستگاهی خودبسنده و بی‌نیاز از نویسه‌های کمکی نبود. اعداد بابلی باستان را نیز می‌توان گونه‌ای دیگر از عددنویسی حروفی انگاشت، اما ترتیب نویسه‌ها و نحوه دلالتشان بر عددها تابع قواعد خاص خود است (جعفری نائینی، ۱۳۹۹).

ب) اعداد رقمی: اعداد رقمی را می‌توان آخرین سطح از تکامل دستگاه‌های عددنویسی تاکنون دانست. عددهای رقمی نمادهایی کاملاً انتزاعی‌اند که صرفاً برای نمایش عدد ابداع

شده‌اند، درحالی‌که عددهای حروفی میان حرف و عدد مشترک‌اند. دستگاه‌های عددنویسی رومی هم متنوع‌اند، اما بیشتر براساس تعداد ویژگی‌های هندسی، مانند زاویه‌ها، رأس‌ها و دندان‌ها، بر اعداد دلالت می‌کنند، مانند ۱ که یک دندان دارد و ۲ که دو دندان دارد و ۳ که سه دندان دارد و در دستگاه عددنویسی فارسی میانه، تا عدد ۴ به‌صورت پیوسته و سپس تا عدد ۹ به‌صورت گسسته، شمار دندان‌ها بر مدلول عدد دلالت دارد و البته این قاعده، موارد نقض و نمونه‌های ناسازگار هم دارد. در برخورد با این نمونه‌های ناسازگار است که لازم می‌شود ملاحظات کیفی نیز بر ملاحظات کمی افزوده شود و دیگر نمی‌توان عدد را پدیده‌ای صرفاً ریاضی دانست و باید اذعان کرد که عدد در فرهنگ و اندیشه بشری پدیده‌ای به‌غایت پیچیده و کثیرالوجوه است.

امروزه، در خط فارسی نو و در میان مسلمانان و در خطوط اروپایی و آنچه از اروپاییان منشعب شده است، از اعداد هندی برهمنی استفاده می‌شود که گونه‌ای از اعداد رومی هندسی است (حاسب طبری، ۱۳۴۹: ۳). این اعداد با تغییراتی و احتمالاً به میانجی نهضت ترجمه اوایل روزگار عباسیان در میان مسلمانان رواج یافت، اما نمی‌توان تردید کرد که ایرانیان پیشاپیش این دستگاه را می‌شناختند و احتمالاً خود ایرانیان در تعامل با هندیان مبدأ پیدایش این دستگاه بودند. در سال ۱۵۶ هجری، مردی از هند به دربار منصور عباسی آمد که با کتاب حساب هند آشنا بود، پس منصور، ابراهیم فزاری را فرمود که با گروهی، آن کتاب را به عربی برگردانند و سپس محمدبن موسی خوارزمی، ریاضی‌دان ایرانی، کتاب *الجمع و التفریق بحساب* // *هند* را به سال ۲۱۰ هجری بر اساس آن کتاب نگاشت (هونکه، ۱۳۶۱: ۱۰۹، ۱۱۰) و همین کتاب خوارزمی است که از قرن سیزدهم میلادی و با تلاش‌های لئوناردو فیبوناچی اساس اعداد هندسی نوین اروپایی شد (Encyclopedia Britannica, 2006).

خط فارسی میانه در چهار گونه اصلی کتابی، کتیبه‌ای، زبوری و مانوی نگاشته می‌شود. از آن میان، گونه کتابی هفت قلم اصلی دارد که یکی از آنها هام‌دبیره است. هام‌دبیره همان قلمی است که به‌طور معمول خط پهلوی ساسانی یا خط فارسی میانه خوانده می‌شود. هام‌دبیره افزون بر نگارش واژه‌ها برای نگارش عددها نیز به‌کار می‌رود. عددهای فارسی میانه در چارچوب هام‌دبیره هم به‌صورت عددواژه نوشته می‌شوند و هم به‌صورت نمادین. نمادهای دستگاه عددنویسی فارسی میانه همان حروف هستند و درحقیقت دستگاه عددنویسی فارسی میانه در اساس خود حروفی است، اما شگفت آن است که رفتارهای رومی هندسی پرنرنگی

از خود نشان می‌دهد و این احتمال قوی است که همین دستگاه عددنویسی فارسی میانه با رفتارهای هندسی‌اش پایه و اساس دستگاه عددنویسی هندی برهمنی باشد که بعدها با تحولاتی به ایران و جهان اسلام باز می‌گردد و در میان اروپاییان نیز منتشر می‌شود. پس یک مسئله مهم درباره دستگاه عددنویسی فارسی میانه آن است که بررسی شود رفتارهای هندسی عددنویسی فارسی میانه تحت چه قوانینی عمل می‌کند و چگونه می‌توان این رفتارها را به صورت دستگاه وار توصیف کرد.

از سوی دیگر، عددهای فارسی میانه، به شکلی کاملاً آشکار، رفتار ادواری دارند. ماهیت و سبب این رفتارهای ادواری مورد پرسش و محل ابهام بوده است که چرا اعداد تا چهار یک رفتار را دارند و دیگر یکان تا نه رفتاری متفاوت دارند و نه نیز رفتاری دیگر دارد (جعفری مته‌کلایی و گشتاسب، ۱۳۹۶: ۳۴). به گمان نگارنده، در چنین مواردی است که باید به طور جدی به نوع نگرش هر تبار به هستی توجه کرد. حقیقت آن است که ایرانیان باستان همه چیز را در هاله‌ای از اساطیر می‌دیدند؛ بنابراین، دور نیست که رفتارهای متفاوت و ادواری عددها در فارسی میانه نیز فرعی از دیدگاه‌های اساطیری ایرانیان بوده باشد.

مسئله دیگر که در تدوین دستگاه عددنویسی باید در نظر داشت، قواعد تکثیر عددها است. ایرانیان در گامی روبه جلو در سیر تکامل دستگاه عددنویسی، همه عددها را با هشت نشانه و یک عددواژه می‌نوشتند، بی‌آنکه نیازمند نویسه کمکی شوند. ارزش چنین دستگاهی آن هنگام معلوم می‌شود که برای نمونه با دستگاه عددنویسی یونانی مقایسه شود که ۲۷ نشانه داشت و افزون بر آن به نویسه‌های کمکی برای باز نمودن ۱۰۰۰ و مراتب بالاتر نیازمند بود یا دستگاه‌های عددنویسی تصویری که تعداد نویسه‌هایشان در بُعد نظری باید به تعداد همه اشیاء و حالاتشان باشد، حال آنکه دستگاه عددنویسی فارسی میانه، نشانه‌های خویش را بسیار تقلیل داده است و در عوض با قواعد تکثیر، از این نشانه‌های اندک، اعداد بی‌شمار می‌سازد. در این هنگام، این پرسش مطرح می‌شود که قواعد تکثیر اعداد از این هشت نشانه چگونه بوده است. در این باره پژوهش‌های ارزشمندی انجام شده است. در مقاله حاضر نیز با لحاظ کردن اصل سادگی، تلاش می‌شود قواعد تکثیر عددها بر اساس جایگاه اعداد نسبت به هم توصیف شود.

نیز ملاحظات درباره کسرنویسی مطرح می‌شود تا نوشتن کسرهای بیش از پیش تحت قاعده آید و دوگانه کسرهای صورت یک و کسرهای صورت بیش از یک رفع شود و تحت یک فرآیند توصیف شوند.

طی این ملاحظات و پیشنهادها، برخی انعکاس‌ها و بقایای دستگاه عددنویسی فارسی میانه در فارسی نو کاویده می‌شود که از یک‌سو، بسان شاهد برای نمونه‌های فارسی میانه می‌توان به کارشان برد و از سوی دیگر دیدی تازه برای درک متون فارسی میانه فراهم می‌آورد. اما چنان‌که پیش از این گفته شد، همه این ملاحظات و پیشنهادها در طول تلاش‌های ارزشمندی است که تاکنون برای تدوین دستگاه عددنویسی فارسی میانه شده است و باید ذیلی بر این تلاش‌ها به‌شمار آید و نمی‌توان این ملاحظات و پیشنهادها را برابر با تدوین دستگاه عددنویسی فارسی میانه دانست.

۱.۱. پیشینه تحقیق

درباره دستگاه‌های عددنویسی به‌طور عام و دستگاه عددنویسی فارسی میانه به‌طور ویژه، تاکنون آثار پژوهشی درخور توجهی منتشر شده است:

نامور فرگی و ابراهیمی (۱۳۹۱) در مقاله «بررسی چگونگی پیدایش و تغییر اعداد در زبان فارسی از دیدگاه زبان‌شناسی» سیر تحول اعداد از دوره فارسی باستان تا فارسی نو را بررسی کرده‌اند.

تاروپردی‌زاده و همکاران (۱۳۹۸) در مقاله «مقایسه ارقام و سیستم شمارش قوم‌های کهن ایرانی با دیگر اقوام» به بررسی دستگاه‌های عددنویسی میان‌رودان و مقایسه آن با دیگر دستگاه‌های عددنویسی و از جمله آنچه در میان ایرانیان رایج بوده است پرداخته‌اند.

جعفری مته‌کلانی (آریا بزرگمهر) و گشتاسب (۱۳۹۶) در مقاله «معرفی دستگاه عددنویسی پهلوی و رهیافتی مؤثر به حساب اعداد پهلوی» پس از معرفی نویسه‌های عدد فارسی میانه به توصیف قواعد حساب اعداد پرداخته‌اند.

حسینی شکرایی (۱۳۹۰) در کتاب *بررسی نقش اعداد/از باستان تاکنون به بررسی تاریخ اعداد و مفاهیم آنها در دوره‌های مختلف تاریخ* پرداخته است. این نوشتار تلاشی است در جهت بررسی تاریخچه و فلسفه اعداد، مطالعه نقش اعداد در علم نجوم، و بررسی ساخت اعداد در زبان‌های ایرانی.

شفیعی سرارودی و حسن‌نسب (۱۳۹۷) در مقاله «تجلی عدد چهار در نقوش سفالینه‌های پیش از تاریخ در ایران» نخست با بررسی ماهیت عدد در میان اقوام و ملل، اهمیت عدد چهار در باورهای بشری را بررسی کرده و درنهایت به تجلی عدد چهار در سفال‌های باستانی ایران پرداخته است.

۲. بحث

۲.۱. برخی موانع و ضروریات تدوین دستگاه عددنویسی فارسی میانه

پیش از آنکه به توصیف دستگاه عددنویسی فارسی میانه پرداخته شود، نخست برخی از موانع تدوین این دستگاه مرور می شود و عواملی که می تواند راهگشا باشد، معرفی می شود:

۲.۱. ۱. ایرانیان میلیون ها عدد را می شناختند، چنان که در *یادگار زریران* سخن از تاختن یک میلیون و سیصد و هزار سپاهی تورانی به ایران است (آسانا، ۱۳۷۱: ۹، بخش پهلوی) و در *بندھش/یرانی*، سخن از عدد شش میلیون و چندصد هزار است (*بندھش/یرانی*، بی تا: ۲۳)، اما واضح است که ایرانیان میلیون ها عدد را بالفعل در متون خویش به کار نبرده اند و ننوشته اند و اعداد به کار رفته در متون بسیار کمتر از آن است که تأمل در آنها به سادگی و سراسرست منجر به کشف و تدوین قواعد منسجم دستگاه عددنویسی شود.

۲.۱. ۲. متون فارسی میانه نیز خود آن تعداد نیستند و بدان وسعت نیستند که با تکیه بر شواهد آمده در آنها بتوان به همه ابهام ها درباره عددهای فارسی میانه پاسخ داد. بیشتر این متون یادداشت های کوتاه چندصدواژه ای اند و متن های مفصل تر نیز درباره موضوعات گوناگون اند و عدد در آنها کاربرد اتفاقی و مناسب موقعیت دارد.

۲.۱. ۳. گاه از یک عدد دو نگارش هست یا بعکس، یک نگارش را به دو عدد می توان خواند و این نیز موجب برخی ابهام ها در تدوین دستگاه عددنویسی فارسی میانه است.

۲.۱. ۴. اما یک مانع دیگر در شناخت و توصیف ساختمان عددنویسی فارسی میانه، تمرکز بر خود عدد بسان عدد است که باعث تقلیل موضوع می شود. نباید فراموش کرد که ایرانیان تقریباً همه چیز را در هاله ای از اساطیر می دیدند و درک می کردند و همه چیز برایشان معنی یافته از بنیادهای اساطیری بوده است، از دین و دولت گرفته تا تاریخ نگاری و جغرافی و جانورشناسی و هرچیز دیگر. پس چرا سامانه اعداد چنین نباشد؟ بنابراین در برخورد با مبهمات دستگاه عددنویسی فارسی میانه، شاید لازم باشد که گاه از جنبه های کمی این دستگاه فاصله بگیریم و به جهان بینی ایرانیان به ویژه در ساحت اساطیری مراجعه کنیم و پاسخ ابهامات را در آن ساحت بجوییم. به تعبیر دیگر، دستگاه عددنویسی فارسی میانه می تواند دستگاهی ریاضی و کمی باشد که تحت دستگاهی بزرگ تر یعنی اساطیر ایرانی عمل می کند.

۲.۲. نویسه‌های اعداد در فارسی میانه

با توجه به آن اعداد که در متن‌های برجمانده فارسی میانه به کار رفته است، دستگاه عددنویسی این زبان دارای هشت نشانه و یک عددواژه است بدون نیاز به هرگونه نشانه کمکی و تکمیلی که در دیگر دستگاه‌های عددنویسی از قبیل دستگاه‌های یونانی و بابلی به کار می‌رفته است. این هشت نشانه و یک عددواژه عبارت‌اند از:

۱۰۰۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰	۸۰	۶۰	۴۰	۲۰	۱۰	۱
𐭪𐭫𐭬𐭭	𐭪𐭫	𐭪	𐭫𐭬	𐭫𐭬	𐭫𐭬	𐭫𐭬	𐭫𐭬	𐭫𐭬

یک، حرف (b) است که با تکرار آن، عددهای یکان فراهم می‌آید. سپس ۱۰ است که با ^۹ (y) و صورت‌های نگارشی دیگرش ^۸ (d) و ^۷ (g) یا مشابه آن ^۶ (k) نگاشته می‌شود. در دهگان، عددهای ۱۰، ۲۰، ۴۰، ۶۰ و ۸۰ دارای استقلال‌اند و عددهای دهگان میان آنها از طریق اتصال ده ^۹ به سمت چپ عدد پیشین فراهم می‌آید. دو عدد ۱۰۰ و ۱۰۰۰ نیز نویسه مستقل دارند و سرانجام نوبت به عددواژه ^{۱۰} می‌رسد که همان بیور (bēwar) مشهور در متون فارسی نو است و معادل ده‌هزار است و از ترکیب آن با خودش و دیگر اعداد، عددهای بزرگ تا بی‌نهایت پدید می‌آید بی‌آنکه نیاز به نشانه‌های کمکی و تکمیلی باشد.

از ترکیب هشت نویسه بنیادین، اعداد فارسی میانه به شرح این جدول تکثیر می‌شوند و

گسترش می‌یابند:

sīh	𐭪𐭫	۳۰	yak/ ē /ēvak	𐭫	۱
čehel	𐭫𐭬	۴۰	Dō	𐭫𐭬	۲
čehel ud yak	𐭫𐭬𐭫	۴۱	Sē	𐭫𐭬	۳
panjāh	𐭫𐭬𐭫𐭬	۵۰	Čahār	𐭫𐭬𐭫	۴
šast	𐭫𐭬𐭫𐭬	۶۰	Panj	𐭫𐭬𐭫𐭬	۵
haftād	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫	۷۰	Šaš	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫	۶
haštād	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬	۸۰	Haft	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬	۷
nawad	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫	۹۰	Hašt	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫	۸
sad/ē sad	𐭫𐭬𐭫𐭬	۱۰۰	nō /noh	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫	۹
sad ud yak	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫	۱۰۱	Dah	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬	۱۰
dō sad	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬	۲۰۰	Yāzdah	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫	۱۱
hazār/ē hazār	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬	۱۰۰۰	Wīst	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬	۲۰
dō hazār	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫	۲۰۰۰	wīst ud yak	𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫𐭬𐭫	۲۱

در این جدول برای باز نمودن نحوه افزودن یکان به اعداد بزرگ تر، هربار علاوه بر X (برای نمونه ده، بیست، چهل و صد)، $X+1$ نیز نمایش داده شده (برای نمونه، یازده، بیست و یک، چهل و یک و صد و یک)، اما برای رعایت اختصار از $X+2$ و $X+3$ و... صرف نظر شده است.

۳. نحوه استخراج نویسه های بنیادین اعداد فارسی میانه

هر دستگاه عددنویسی برای نمایش اعداد نویسه هایی دارد. برخی از دستگاه ها به لحاظ تعداد نویسه های عددی باز هستند، مانند دستگاه های عددنویسی تصویری که در سطح نظری باز و نامحدودند و این در سطح عملی ممکن است نقص باشد. برخی از دستگاه ها نیز دستگاه های بسته اند و با تعداد محدودی نویسه بنیادین، سعی در بازنمایی همه اعداد دارند، مانند دستگاه عددنویسی جمل مسلمانان و دستگاه های عددنویسی یونانی و رومی و این بسته بودن نویسه های بنیادین در عمل ممکن است حسن باشد. پس این پرسش نیز طرح پذیر است که تعداد نویسه های دستگاه عددنویسی فارسی میانه چقدر است و چگونه می توان آنها را استخراج کرد. در این باره، میان منابع اتفاق نظر نیست؛ هم به سبب تفاوت دیدگاه ها و هم بدان سبب که شاید این منابع از اساس نیازی به تقلیل نویسه ها به نویسه های بنیادین ندیده اند. به زعم آموزگار و تفضلی «برای نگارش اعداد نشانه های زیر به کار می رود» (آموزگار و تفضلی، ۱۳۷۵: ۵۸) و سپس ۲۶ نویسه را ذکر کرده اند (همان، ۵۸، ۵۹)، اما با این ملاحظه که آنان نمونه هایی از جنس $X+Y$ ، مانند یازده (۹) که ترکیب $1+10$ است و اعدادی از جنس XXY ، مانند دویست (سج) را که 100×2 است، در فهرست خویش ذکر کرده اند، می توان چنین انگاشت که در پی تعیین نویسه های بنیادین نبوده اند. دیگر منابع نیز به ذکر نویسه های عددی در شمار بسیار پرداخته اند (جنیدی، ۱۳۶۰: ۶۶-۶۹؛ نیلوفری، ۱۳۸۹: ۸؛ نیبرگ، ۱/۱۳۸۹: ۱۷۳). از آنجاکه عددهای هم ساختار و عددهای دارای الگوی $X+Y$ (مانند یازده) و عددهای دارای الگوی XXY (مانند دویست و سیصد) در فهرست آنان مشاهده می شود، می توان چنین انگاشت که تعیین تکلیف نویسه های بنیادین در ذهنشان نبوده است. در این میان، یک منبع به خوبی تعیین نویسه های بنیادین را هدف خویش قرار داده است: «در خط فارسی میانه کتابی، همه اعداد با یازده عدد و یک عدد-واژه ساخته می شوند که عبارت اند از یک، دو، سه، چهار، ده، بیست، چهل، شصت، هشتاد، صد، هزار و واژه بیور» (جعفری مته کلائی و گشتاسب، ۱۳۹۶: ۳۳). درحقیقت، این منبع عددهای مطابق با الگوهای $X+Y$ و XXY را حذف کرده و با طی کردن روندی کاهشی به یازده نویسه رسیده است. اکنون می توان پرسید که آیا می توان

$$r \leftarrow rr \leftarrow (r) \leftarrow rrr \leftarrow (rr) \leftarrow rrrr \leftarrow (rrr) \leftarrow rrrrr \leftarrow (rrrr)$$

...

بنابر آنچه شرح داده شد، پیشنهاد پژوهش حاضر آن است که نویسه‌های بنیادین در دستگاه عددنویسی فارسی میانه، هشت نویسه (همراه با یک عددواژه، یعنی بیور) باشد. این هشت نویسه عبارت‌اند از: یک (𐭪)، ۱۰ (𐭫)، ۲۰ (𐭬)، ۴۰ (𐭭)، ۶۰ (𐭮)، ۸۰ (𐭯)، ۱۰۰ (𐭰) و ۱۰۰۰ (𐭱). این هشت نویسه، قابل تجزیه معنی‌دار نیستند و به همین سبب است که باید بنیادین به‌شمار روند. برای نمونه، 𐭬 که نویسه هزار است، بسیط است و قابل تجزیه معنی‌دار به 𐭬+ یا 𐭬x نیست؛ زیرا اگرچه 𐭬 برای ۲۰ وجود دارد، 𐭬 برای ۹۸۰ یا ۵۰ وجود ندارد و هیچ رابطه معنی‌داری میان 𐭬 برای تبدیل شدن به ۱۰۰۰ حاکم نیست. یا 𐭮 که معادل ۶۰ است، بسیط است و اگر به 𐭮+ تجزیه شود، ۵۰ خواهد شد و اگر به 𐭮x تجزیه شود، ۴۰۰ خواهد بود، نه ۶۰؛ بنابراین، هشت نویسه یادشده به سبب تجزیه‌ناپذیری معنی‌دار، نویسه‌های بنیادین هستند و در گام سپسین باید به تدوین قواعدی برای تکثیر نامحدود اعداد از این هشت نویسه (و عددواژه بیور) پرداخت.

۴.۲. قواعد تکثیر اعداد از هشت عدد بنیادین

به زعم نگارنده، دستگاه عددنویسی پهلوی به لحاظ تعداد نویسه‌ها، بسته و به لحاظ تکثیر اعداد، باز و نامحدود است و این ویژگی را قواعد تکثیر اعداد در تلفیق با هشت نویسه بنیادین و یک عددواژه (بیور) تأمین می‌کند. چنان که گفته شد، قواعد باید به گونه‌ای پیشنهاد و تدوین شوند که مطابق اصل سادگی باشند، استثنا نخورند یا در مقایسه با پیشنهادهای موازی، استثنای کمتری بخورند. پیشنهاد نگارنده برای تکثیر اعداد از نویسه‌های بنیادین دستگاه عددنویسی فارسی میانه، مبتنی بر یک اصل و دو قاعده است: اصل جایگاهی بودن نگارش اعداد، قاعده تکثیر جمعی و قاعده تکثیر ضربی.

۴.۲.۱. اصل جایگاهی بودن دستگاه عددنویسی فارسی میانه

اصل پیشنهادی آن است که دستگاه عددنویسی پهلوی، برخلاف تصور اولیه، جایگاهی و مکان‌محور است. برای تقریب این موضوع به ذهن، نمونه‌ای از دستگاه عددنویسی هندی برهمنی در فارسی نو آورده می‌شود. در عدد ۲۹، معنای ۲ که بیست است، با توجه به جایگاه ۲ که در خانه دهگان است، معلوم می‌شود و اگر ۲ در ۲۹۰ به خانه صدگان برود، دیگر معنای بیست را نخواهد داشت. این پدیده به سبب جایگاهی بودن دستگاه عددنویسی برهمنی است. دستگاه عددنویسی فارسی میانه نیز برخلاف آنچه ممکن است در نگاه نخست به نظر برسد، دستگاهی جایگاهی است، اما به شیوه خودش. در دستگاه عددنویسی فارسی میانه، به هنگام تکثیر و اشتقاق اعداد، عدد بزرگ‌تر ستون شاخص است و اعداد کوچک‌تر به نسبت جای‌گیری در سمت چپ یا راست این شاخص و مطابق دو قاعده که در ادامه شرح داده می‌شود، صاحب معنی می‌شوند.

۴.۲.۲. قاعده تکثیر جمعی

قاعده نخست در تکثیر و اشتقاق اعداد فارسی میانه قاعده تکثیر جمعی است، بدین شرح که در ساختار عدد مرکب، هرگاه عدد کوچک‌تر در سمت چپ عدد بزرگ‌تر قرار گیرد، با آن جمع شده است و ساختار آن عدد مطابق با الگوی $x+y$ است. این فرآیند ممکن است به صورت مزجی رخ دهد، مانند ۱۱ (که ۱+۱۰ است)، ۳۰ (که ۱۰+۲۰ است) و ۵۰ (که ۱۰+۴۰ است)، یا ممکن است به صورت عطفی رخ دهد، مانند ۱ سک (دویست و چهل) (کارنامه/ردشیر بابکان، ۱۳۸۲: ۲) که ۴۰ در سمت چپ ۲۰۰ جای گرفته، پس با آن جمع شده است و این جمع به صورت عطفی رخ داده است. تکثیر جمعی عطفی در متون فارسی نو نیز در اعداد بیش از بیست (بیست و یک، بیست و دو و...) کاملاً آشکار است و در اعداد زیر بیست نیز گاه دیده

می‌شود، مانند «ده و دو» که عدد بزرگ‌تر در سمت راست است، پس عدد کوچک‌تر که در چپ است با آن جمع شده است و این جمع جنبه عطفی دارد:

ابر ده و دو، هفت شد کدخدای گرفتند هریک سزاوار جای

(فردوسی، ۱۳۶۶: ۶)

موارد بسیار نادر که در عمل در متون فارسی میانه با این قاعده نمی‌خواند، ممکن است صرفاً سهوالقلم، سلیقه و تفاوت‌های نسخه‌شناختی باشد؛ زیرا در همان متون، شکل به‌قاعده همان عددها نیز به کار رفته است، برای نمونه عدد هفت در همه بندهش بارها به صورت س س س آمده که مطابق قاعده است و عدد کوچک‌تر با آمدن در سمت چپ، با عدد بزرگ‌تر جمع شده است، اما در فصل «درباره چگونگی زایش هر سرده»، یک‌بار و تنها یک‌بار به صورت س س س آمده است. جالب‌توجه این است که در همین فصل نیز چندبار دیگر عدد هفت به صورت قاعده‌مندش یعنی س س س آمده است و یکی از این موارد قاعده‌مند درست در همان سطری است که نگارش خلاف قاعده آمده است (بندهش/یرانی، بی تا: ۹۲)؛ بنابراین، چنین مواردی را که گاه در دیگر متون نیز به صورت نادر و در نمونه‌های منحصر به فرد دیده می‌شود، نمی‌توان رخدادی در دستگاه عددنویسی دانست، بلکه باید رخدادی در متن محسوب کرد که علل گوناگونی می‌تواند داشته باشد.

۲.۴.۳. قاعده تکثیر ضربی

قاعده دوم تکثیر اعداد در دستگاه عددنویسی فارسی میانه قاعده تکثیر ضربی است، بدین شرح که به پیروی از اصل شاخص بودن عدد بزرگ‌تر برای معنی‌بخشی به عدد کوچک‌تر، هرگاه در عدد مرکب، عدد کوچک‌تر در سمت راست عدد بزرگ‌تر بیاید، در آن ضرب شده است؛ برای نمونه $\text{س}^{\text{ک}}$ (۲۰۰)، که $\text{س}^{\text{ک}} ۱۰۰ \times ۲$ است و $\text{س}^{\text{ک}} ۳۰۰$ که $\text{س}^{\text{ک}} ۱۰۰ \times ۳$ است و $\text{س}^{\text{ک}} ۲۰۰۰$ که $\text{س}^{\text{ک}} ۱۰۰۰ \times ۲$ است و $\text{س}^{\text{ک}} ۳۰۰۰$ که $\text{س}^{\text{ک}} ۱۰۰۰ \times ۳$ است. این قاعده که شاید امروزه برای خواننده بسیار ساده و ابتدایی به شمار آید، تجلی دقیق و درخشان جایگاهی بودن دستگاه عددنویسی فارسی میانه و جهشی خیره‌کننده نسبت به دستگاه‌های دیگر مانند دستگاه‌های یونانی و بابلی است. تحت این قاعده، هر عدد معنای خود را، که وابسته به مرتبه‌اش است، بلافاصله از عدد پس از خود می‌گیرد و عدد بزرگ‌تر بیانگر مرتبه عدد کوچک‌تر است، چنان‌که در $\text{س}^{\text{ک}}$ عدد $\text{س}^{\text{ک}}$ (۲) معنای خویش را که ۲۰۰ و وابسته به مرتبه‌اش یعنی صدگان است، از عدد پس از خود یعنی $\text{س}^{\text{ک}}$ می‌گیرد و همان عدد $\text{س}^{\text{ک}}$ (۲) در ساختار $\text{س}^{\text{ک}}$ ، معنای خود را که ۲۰۰۰ است،

از مرتبه‌اش که هزارگان است و به صورت ه آمده دریافت می‌کند. با توجه به آنکه دستگاه عددنویسی هندی موسوم به خروشتی به احتمال بسیار زیاد در عصر هخامنشیان از خط ایرانی شاهنشاهی مشتق شده است (رضایی باغبیدی، ۱۳۹۱: ۷۱)، می‌توان احتمال داد که ایده درخشان جایگاهی بودن اعداد، از طریق خط شاهنشاهی، که پدر خط فارسی میانه است، در هند رواج یافته و در نهایت با گره خوردن به اندیشه ارزش گذاری دهدهی، به دستگاه عددنویسی هندی برهمنی رسیده است که امروزه هم در کشورهای مسلمان و اروپایی و انشعابات کشورهای اروپایی رایج است. قاعده تکثیر ضربی یا همان ارزش گذاری براساس مراتب اعداد درباره عددواژه بیور نیز صدق می‌کند، چنان‌که با این قاعده به راحتی و درستی می‌توانیم س را دو بیور یا بیست هزار بخوانیم. به تعبیر دیگر، عدد س معنای خویش را (۲۰ هزار) این بار از مرتبه ده هزارگان که پس از آن و به صورت ه آمده است می‌گیرد، درحالی‌که همین عدد، اگر با ترتیب ه نگاشته شده بود، به سبب آنکه عدد کوچک تر در سمت چپ آمده است، از جنس $X+Y$ می‌بود و معنایش ۱۰۰۰۲ (ده هزار و دو) می‌شد.

صد، هزار و بیور (ده هزار) به شیوه ضربی تکثیر می‌شوند، مانند س (۲۰۰)، س (۳۰۰)، س (۲۰۰۰) و س (۳۰۰۰). اما خود صد، هزار و بیور نیز بی‌آنکه نیازمند ضرب باشند، می‌توانند به صورت ضربی نوشته و خوانده شوند: ه (یک صد) و ه (یک هزار). این شیوه نگارش و خوانش یک صد و یک هزار، هنوز هم در فارسی نو انعکاس و رواج بسیار دارد و به ویژه در متون دقیق رواج بیشتر می‌یابد. همچنین، گاه اعداد از پیش موجود، به دو جزء شکسته می‌شوند و با ساختار XXY نوشته می‌شوند و این پدیده نیز در فارسی نو انعکاس دارد، مانند شکستن شانزده به دو جزء و ابتدا کردن به عدد کوچک تر مطابق قاعده تکثیر ضربی فارسی میانه:

چو بگذشت بر آفریدون دو هشت ز البرز کوه اندر آمد به دشت

(فردوسی، ۱/۱۳۶۳: ۶۴)

درباره یک اصل و دو قاعده پیشنهادی که شرح داده شد، گفتن این نکته ضرورت دارد که اینها قواعدی در دانش ریاضی ایرانیان نیستند یا به تعبیر دیگر، راهکارهای ایرانیان برای جمع و ضرب اعداد را نمایش نمی‌دهند، بلکه قواعد نگارش اعداد هستند. قواعد ریاضی عام و جهانی‌اند، اما یک قاعده و دو اصلی که شرح داده شد، قواعد نگارش مختص دستگاه عددنویسی فارسی میانه‌اند و نحوه املای موجودیت‌های عددی را در خط فارسی میانه نشان می‌دهند.

۵.۲. ادوار سه‌گانهٔ یکان و ماهیت اساطیری آن

منظور از یکان، مجموعهٔ اعداد کمتر از مرتبهٔ دهگان است و آن نه عدد است که از یک آغاز می‌شود، اما در این باره اتفاق نظر نیست و گاه خود یک را جزء اعداد نمی‌دانند و اعداد را عبارت از تکرار یک می‌دانند (بیرونی، ۱۳۸۷: ۳۳، ۳۴). سازگار با نظر فلاسفه‌ای چون بیرونی، افزون‌بر آنکه ماهیت یکان تکرار یک است، شکل نگارشی یکان نیز در دستگاه عددنویسی فارسی میانه از تکرار یک پدید می‌آید. اعداد یکان، مطابق قاعدهٔ تکثیر جمعی، از افزودن یک به سمت چپ عدد پیشین پدید می‌آیند:

$$\text{س} + \text{س} = \text{س} (۳)$$

$$\text{س} + \text{س} = \text{س} (۴)$$

$$\text{س} + \text{س} = \text{س} (۵)$$

در نگارش نه عدد یکان، سه گروه قابل مشاهده است و برخی دیگر از منابع نیز به این سه گروه بودن اشاره کرده‌اند، اما در عین اشاره به لزوم توجه به جنبه‌های کیفی در تحلیل اعداد فارسی میانه، سبب این سه گروه بودن یکان را نامعلوم دانسته‌اند (برای نمونه: جعفری مته‌کلائی و گشتاسب، ۱۳۹۶: ۳۴). در دستگاه عددنویسی فارسی میانه، اعداد یک تا چهار (س س س س) دویخی نوشته می‌شوند و عدد نه (س س س) سه‌بخشی نوشته می‌شود. به نظر نگارنده، در این گروه‌بندی، عدد چهار بسیار الهام‌بخش است و با دقت به نویسه‌های یکان، به روشنی می‌توان دریافت که عدد چهار برای تغییر دوره در حال بازیگری و نقش‌آفرینی است. آشکار است که ایرانیان و واضعان دستگاه عددنویسی فارسی میانه (و دستگاه عددنویسی آریایی شاهنشاهی که پدر فارسی میانه بوده است)، برای عددهای یک تا چهار ماهیت و هویتی جدا از دیگر اعداد قائل بوده‌اند و سپس با رسیدن به هشت نیز باری دیگر چهار تجلی می‌یابد و دوره عوض می‌شود. این جدانگاری در دیگر فرزندان خط شاهنشاهی نیز دیده می‌شود؛ برای نمونه، در دستگاه عددنویسی هندی خروشتی نیز یکان تا چهار مستقل بودند و یکان پنج تا نه با ترکیب یکان یک تا چهار ساخته می‌شدند و هویت مستقل نداشتند (Marcos, 2014: 52).

براساس آنچه گفته شد، به گمان نگارنده، مسئلهٔ ادوار سه‌گانهٔ یکان پاسخ ریاضی ندارد و پاسخ آن را باید در بینش اساطیری آریاییان جست. دستگاه عددنویسی فارسی میانه دستگاهی ریاضی است که تحت دستگاه بزرگ‌تر اساطیر عمل می‌کرده است. سبب جدانگاری

کاملاً واضح چهار عدد نخست یکان و یک‌بخشی‌بودنشان و سپس دوبخشی‌شدنشان و باری دیگر سه‌بخشی‌شدنشان با تجلی دوباره عدد چهار در پیکره عدد هشت، دید ویژه اساطیر آریایی به عدد چهار است. می‌توان گفت که نوع نگاه متفاوت به عدد چهار میان اقوام و ملل باستانی مشترک بوده است، اما این پدیده در میان آریاییان شدت و وضوح بیشتر داشته است. عدد چهار در اعصار باستان سقف نهایی شمارش بوده است (دانتزیگ، ۱۳۶۱: ۴) و هنوز هم بسیاری از اقوام بدوی که در جنگل‌ها و بیابان‌ها باقی مانده‌اند و احوالشان نمودار زیست بشر در اعصار باستان است، چهار را با عنوان «خیلی» و معادل با همه اعداد پس از سه قلمداد می‌کنند (Tylor, 1871: 220). به نظر می‌رسد محدودبودن اعداد به چهار در حقیقت بازتاب محصوربودن دستگاه شناسایی بشر به ساختارهای چهارتایی است (دانتزیگ، ۱۳۶۱: ۴) و چهار، نه فقط حد نهایی اعداد، بلکه حد نهایی شناخت بشر بوده است و با رسیدن به چهار، دوره‌ای تازه برای شناخت آغاز می‌شود (لوی، ۱۳۷۳: ۶-۷). چهار نشانه تمامیت، کمال و نظم بوده است (شوالیه و گریبان، ۱۳۷۹: ۵۵۱). چهار همواره با سه در حال دادوستد مفهومی است و سه نیز تداعی کمال دارد، اما این کمال در اصل متعلق به چهار است. درحقیقت، آن‌هنگام که با شمردن سه چیز پدیده‌ای به غایت خود می‌رسد، به‌خاطر خود سه نیست، بلکه به‌سبب رسیدن به چهار است و چهار به‌سبب مجاورت با سه، حس کمال خود را به سه منتقل می‌کند. آریاییان نیز به آشکاری و فراوانی جهان را در ساختارهای چهارتایی می‌دیدند. ایرانیان طول زمان را به چهار دوره سه‌هزارساله بخش کرده بودند (هینلز، ۱۳۷۳: ۱۰). کاری که امروزه عدد هفت در ذهن ایرانیان می‌کند، در اصل متعلق به عدد چهار بوده است و آریاییان حتی تعداد آسمان‌ها را نیز چهار آسمان می‌دانستند (بهار، ۱۳۷۶: ۶۶). چهار نزد آریاییان عدد کمال و عدد خاتمه‌دهنده یک دوره و آغازکننده دوره سپسین بوده است. این معنی، جابه‌جا در شاهنامه فردوسی تجلی دارد، چنان‌که چون ابلیس خواست ضحاک را خون‌آشام کند، در چهار مرحله بدین مقصود رسید:

به روز چهارم چو بنهاد خوان خورش ساخت از پشت گاو جوان
(فردوسی، ۱۳۶۶: ۴۹)

و ضحاک مهلتی چهارروزه به انجمن خواب‌گزاران داد:

به روز چهارم برآشت شاه بر آن موبدان نماینده راه
(همان، ۶۰)

و ارکان دولت کیقباد چهارنفر بودند که نفر چهارم با عنوان «سالار شاه» بالاترین مقام را داشت:

چهارم چو مهرباب کاول خدای که سالار شاه است و زاول خدای
(همان، ۳۵۱)

و آسمان چهارم اوج آسمان‌ها بود:

تو را با چنین روی و بالای و موی ز چرخ چهارم خود آیدت شوی
(همان، ۱۸۹)

و به قرینه آن، گوهرهای زمینی نیز چهار بودند:

وزو مایه گوهر آمد چهار برآورده بی‌رنج و بی‌روزگار
(همان، ۶)

چهار عدد کمال آریاییان و نمودار خاتمه یک دور و آغاز دوره دیگر بوده است. به همین سبب در دستگاه‌های عددنویسی ایرانی و هندی، چهار عدد نخست متفاوت با دیگر اعداد هستند. می‌توان چنین تصور کرد که نخست، چهار عدد به صورت یک جزئی وجود داشته است و سپس برحسب نیاز، دیگر یکان تا هشت به صورت دوجزئی زاده شده‌اند و با رسیدن به هشت، باری دیگر چهار ظهور می‌کند و دوره‌ای تازه آغاز می‌شود که متعلق به نه با ساختار سه جزئی است و این نهایت اعداد بوده است و در ادوار سپس‌تر است که با بزرگ‌تر شدن نیازهای مردم، دیگر مراتب اعداد با ساختارهای کاملاً متفاوت پدید آمده‌اند. حتی در دهگان نیز عدد چهار نقش آفرین است؛ بدین صورت که چون دهگان به چهل (۴۰) می‌رسد، دوره‌ای متفاوت آغاز می‌شود که همه دهگان پس از آن با ترکیبی از چهل نگاشته می‌شوند: ۴۰ (۴۰)، ۵۰ (۵۰)، ۶۰ (۶۰)، ۷۰ (۷۰)، ۸۰ (۸۰)، ۹۰ (۹۰). این خاتمه‌بخشی‌ها و آغازگری‌های عدد چهار، چنان که گفته شد، به صورت کمی محض توجیه‌پذیر نیست و در جایگاه عمیق و تعیین‌کننده این عدد در باورهای اساطیری آریاییان ریشه دارد و بدون لحاظ کردن این باورهای اساطیری نمی‌توان سبب رفتارهای متمایز عدد چهار را در دستگاه‌های عددنویسی آریایی درک و تبیین کرد.

۲.۶. ویژگی‌های هندسی اعداد فارسی میانه

نویسه‌های دستگاه عددنویسی فارسی میانه، در نگاه نخست، حروفی به نظر می‌رسند، اما با نگاه دوباره، ویژگی‌های رقمی هندسی در آنها مشهود است. در دستگاه‌های حروفی، هر حرف الفبا یک عدد است؛ پس، دستگاه عددنویسی فارسی میانه دستگاهی حروفی است. در دستگاه‌های رقمی هندسی، ویژگی‌های هندسی نویسه‌ها (مانند تعداد زاویه‌ها، رأس‌ها و

دندانه‌ها) نمایانگر کمیت اعداد است؛ به این ترتیب، دستگاه عددنویسی فارسی میانه دستگاهی هندسی نیز هست. به تعبیر دیگر، این دستگاهی حروفی است که گام‌های بلندی را در راه هندسی شدن برداشته است. شاهد این مدعا نحوه دلالت نویسه‌های یکان بر اعداد است که به روشنی براساس تعداد دندانه‌ها است:

۱ = 𐭠

۲ = 𐭡

۳ = 𐭢

۴ = 𐭣 و ...

هنگامی که این نویسه‌های هندسی در ساختارهای بزرگ‌تر عددی حروفی وارد می‌شوند، آنها را نیز با حضور خود شبه‌هندسی می‌کنند، مانند 𐭠 و 𐭡. می‌توان گفت که در مجموع، دستگاه عددنویسی فارسی میانه دستگاهی در مسیر هندسی شدن بوده است و از این ناحیه بر دستگاه‌های عددنویسی هندی، که پدر اعداد امروزی‌اند، تأثیر نهاده است. نیز در سیمای سه عدد نخست فارسی میانه: 𐭠 و 𐭡 اعداد فارسی و عربی امروزی را که در چارچوب دستگاه عددنویسی هندی نگاشته می‌شوند می‌توان تشخیص داد.

۲.۷. اعداد کسری

سامانه اعداد کسری فارسی میانه، در نگاه نخست، پیچیده دیده می‌شود و حتی ممکن است دو شیوه متفاوت برای کسرنویسی فارسی میانه به ذهن برسد: کسرهای صورت یک و کسرهای صورت بیش از یک. برخی از منابع براساس مثال‌هایی که آورده‌اند، تنها به کسرهای صورت یک اشاره کرده‌اند (جنیدی، ۱۳۶۰: ۷۰؛ آموزگار و تفضلی، ۱۳۷۵: ۷۳) و برخی نیز از هردو شیوه یاد کرده‌اند، بدین‌نحو که اگر صورت کسر یک باشد، نخست مخرج و سپس صورت ذکر می‌شود، مانند $\frac{1}{3}$ که 𐭠𐭡 (سه یک) خوانده می‌شود. اگر نیز صورت کسر بزرگ‌تر از یک باشد، برعکس عمل می‌شود و به شیوه‌ای پیچیده نخست صورت نوشته می‌شود و سپس مخرج و سپس یک؛ مانند $\frac{3}{4}$ که 𐭠𐭡𐭠 (سه چار یک) خوانده می‌شود (جعفری مته‌کلائی و گشتاسب، ۱۳۹۶: ۳۹).

اما آیا می‌توان دو قاعده کسر صورت یک و کسر صورت بزرگ‌تر از یک را تحت یک قاعده توصیف کرد و پیچیدگی صورت دوم را حذف کرد؟ به نظر می‌رسد که می‌شود و کلیدش در تغییر زاویه دید به مسئله کسر در ذهنیت ایرانیان باستان است. با نظر به کسرهای برجامانده

در متون فارسی میانه می‌توان نتیجه گرفت که همه کسرها برای ایرانیان همان کسر صورت یک بوده است و آنچه ما کسر صورت بزرگ‌تر از یک درمی‌یابیم، درحقیقت تکرار کسر صورت یک به تعداد مقتضی بوده است. به تعبیر دیگر، همه کسرها برای ایرانیان عبارت بوده است از $\frac{1}{a}$ و آنچه کسر صورت بزرگ‌تر از یک تلقی می‌شود، نه کسری مستقل، بلکه تکرار $\frac{1}{a}$ به تعداد دل‌خواه و با ماهیت $\frac{1}{a} \times b$ است که در آن فقط بخش $\frac{1}{a}$ کسری است، نه بخش b . برای نمونه $\frac{3}{4}$ کسر مستقل نیست، بلکه سه‌بار $\frac{1}{4}$ یا به تعبیر دیگر $\frac{3}{4}$ است و نیاز نیست که با قاعده‌ای مستقل از $\frac{1}{4}$ توصیف شود. پس اگر $\frac{1}{4}$ چار یک (چارک) است، $\frac{3}{4}$ سه‌چار یک (سه‌چارک) است و کسر مستقل نیست که قاعده مستقل بخواند. براین‌اساس، قاعده کسرنویسی در فارسی میانه تنها یک قاعده است: در کسرنویسی فارسی میانه، نخست مخرج می‌آید و سپس صورت، که درهرحال یک است؛ سپس، اگر اقتضا کند، چنین کسری ضرب در دیگر اعداد می‌شود.

اعداد کسری فارسی میانه بر زبان فارسی نو تأثیر عمیق نهاده‌اند و در متون و محاوره فارسی نو با وسعت به‌کار می‌روند. برای نمونه، چارک (چهاریک) هنوز در فارسی نو معادل یک‌چهارم به‌کار می‌رود. پنج‌یک برابر فارسی سره خمس است. دهک (ده‌یک)، یک‌دهم هر چیز است و امروزه برای یک‌دهم جامعه به‌کار می‌رود. سیکی شرابی است که پس از جوشیدن، سه‌یک آن (یک‌سومش) باقی می‌ماند (معین، ۱۳۸۶: ذیل «سیکی») و هشت‌یک که از مصطلحات فقهی در حوزه وراثت است (دهخدا، ۱۳۷۷: ذیل «هشت‌یک») و در محاوره، هَشِییک تلفظ می‌شود، کسر یک‌هشتم است. از این کسرها، نمونه‌های صورت بیش از یک نیز در فارسی نو به‌کار می‌رود، مانند دوچارک و سه‌دهک.

۲.۸. اعداد ترتیبی

اعداد ترتیبی با افزودن om (أم: om) به انتهای عدد اصلی ساخته می‌شوند؛ چه عدد اصلی عددواژه باشد و چه عدد نمادین (جنیدی، ۱۳۶۰: ۷۰؛ آموزگار و تفضلی، ۱۳۷۵: ۷۳)، البته سه عدد نخست یکان، شکل‌های ترتیبی خاص خود را نیز دارند، اما چهار، تنها از الگوی «عدد+أم» بهره می‌برد. چهار عدد ترتیبی نخست، چنین بودند:

یکم: fradom (فرادوم)، naxust (ناخوست)

دوم: dudigar (دودِگار)

سوم: سه‌بهر (sidīgar)

چهارم: سهر (čahārom)

با عبور از صورت ترتیبی سه (سه‌دیگر) و رسیدن به چهار، دوره تازه‌ای از اعداد ترتیبی آغاز می‌شود و همه اعداد ترتیبی، بر الگوی چهار و با افزودن ۴ (أم: om) به انتهای عدد اصلی ساخته می‌شوند و علت می‌باید آن باشد که اساساً پس از چهار، عددی نبوده‌است و اندک‌اندک که اعداد دیگر پدیدار شدند، از الگوی چهار پیروی کردند.

۳. نتیجه‌گیری

دستگاه عددنویسی از اجزای مهم و چالش‌برانگیز سامانه‌های خطی است. بشر در اعصار باستان دستگاه‌های ساده‌ای را برای شمارش ابداع کرده بود که انعکاسشان با همه سادگی و بدایت آن دستگاه‌ها، در دستگاه‌های عددنویسی آینده قابل ردیابی است، از جمله مسئله محوریت عدد چهار و مشتقات عدد چهار که به اعصار نخستین اندیشه و تمدن بشر تعلق دارد و سپس در دستگاه عددنویسی شاهنشاهی و فارسی میانه نیز حضور می‌یابد و به میانجی این دستگاه‌ها وارد دستگاه‌های عددنویسی هندی شده است.

دستگاه عددنویسی فارسی میانه مرحله‌ای چشمگیر از تحول عددنویسی به‌سوی غایت رقومی و هندسی‌شدن اعداد است. این دستگاه در ذات خود هنوز حروفی است، اما ویژگی‌های قوی و آشکار هندسی در آن مشهود است. در توصیف دستگاه عددنویسی فارسی میانه و تدوین قواعد ساختاری آن موانعی وجود دارد که سبب می‌شوند دستگاه عددنویسی فارسی میانه در نگاه نخست به‌لحاظ قواعد ساختاری آشفته و بی‌نظم به‌نظر رسد، اما با تأمل و تغییر زاویه دید می‌توان گفت که این دستگاه کاملاً قاعده‌مند و در نوع خود و با توجه به ظرف زمانی ظهورش بسیار درخشان است. موانع سر راه توصیف و تدوین قواعد دستگاه عددنویسی فارسی میانه عبارت‌اند از: ۱. کم‌بودن و اغلب مختصر بودن متون برجای‌مانده فارسی میانه؛ ۲. کم‌بودن اعداد به‌کاررفته در این متون؛ ۳. ابهام و ابهام در خواندن برخی عددها؛ ۴. نادیده‌گرفتن مدخلیت وسیع و عمیق اساطیر ایرانی در همه شئون زندگانی ایرانیان و از جمله در عددنویسی آنان.

با لحاظ‌کردن این موانع و با امعان نظر در نمونه‌های عددی برجای‌مانده در متون فارسی میانه، می‌توان گفت که دستگاه عددنویسی فارسی میانه، به‌حسب نویسه‌ها بسته است و از نظر

تکثیرپذیری باز و نامحدود محسوب می‌شود. این دستگاه هشت نویسه بنیادین و یک عددواژه دارد، درحالی‌که در همان زمان دستگاه عددنویسی یونانی ۲۷ نویسه و چندین عامل کمکی داشت و درنهایت هم با بزرگ و بزرگ‌ترشدن اعداد، کارایی خود را مرحله به مرحله از دست می‌داد.

نویسه‌ها و عددواژه فارسی میانه تحت یک اصل و دو قاعده تکثیر می‌شوند. اصل بنیادین، جایگاهی بودن ارزش عددهای فارسی میانه است و دو قاعده عبارت‌اند از قاعده تکثیر جمعی و قاعده تکثیر ضربی. مطابق این قاعده، هرگاه عدد کوچک‌تر در جایگاه سمت چپ عدد بزرگ‌تر بیاید، با آن جمع شده است و هرگاه در جایگاه سمت راست عدد بزرگ‌تر بیاید، در آن ضرب شده است. قاعده تکثیر ضربی را می‌توان گامی بلند و درخشان در مسیر جایگاهی‌شدن ارزش اعداد در دستگاه‌های عددنویسی دانست.

دستگاه عددنویسی فارسی میانه دستگاهی کمی است که تحت دستگاهی بزرگ‌تر عمل می‌کند که عبارت است از جهان‌بینی ایرانی و از آنجاکه جهان‌بینی ایرانی باستان به‌شدت اساطیری بوده است، مدخلیت باورهای اساطیری در دستگاه عددنویسی فارسی میانه مشهود است، تا جایی‌که برخی ابهامات این دستگاه پاسخی ندارند مگر در ساحت اساطیر؛ برای نمونه، رفتارهای ویژه چهار عدد نخست فارسی میانه و مخصوصاً رفتارهای ویژه خود چهار و مشتقاتش، چه در اعداد اصلی و چه در اعداد ترتیبی، انعکاسی است از دید متمایز ایرانیان به عدد چهار و تلقی این عدد بسان پایان‌بخش آغازگر.

دستگاه عددنویسی فارسی میانه سهم چشمگیری نیز برای بحث اعداد کسری قائل شده است. در نگاه نخست، تحت‌قاعده‌آوردن اعداد کسری در فارسی میانه دشوار است و به‌همین سبب در منابع و پژوهش‌ها دو گونه کسرنویسی در فارسی میانه پیشنهاد شده است؛ کسرهای صورت یک و کسرهای صورت بیش از یک. پیشنهاد مقاله حاضر آن است که درحقیقت همه کسرهای فارسی میانه همان کسر صورت یک هستند و کسرهای دیگر تکرار این کسر بنیادین به تعداد مقتضی‌اند.

دستگاه عددنویسی فارسی میانه به طرزی عمیق و وسیع بر دستگاه‌های عددنویسی پس از خود تأثیر گذاشته است. نخست، پدر خط فارسی میانه یعنی خط شاهنشاهی، بر عددنویسی هندیان تأثیر نهاد و سپس با ورود دستگاه عددنویسی هندی به ایران و جهان اسلام، این بار عددنویسی فارسی میانه بار دیگر بر عددنویسی هندیان مؤثر افتاد، به‌گونه‌ای که سه عدد نخست هندی-فارسی-عربی، به‌طرزی آشکار، پهلوی است. همچنین، دستگاه عددنویسی

فارسی میانه در متون و محاوره فارسی نو هنوز انعکاس وسیع دارد و نمونه‌هایی از قبیل چارک، دهک، هشتیک، ده و دو، دو هشت و... براساس الگوهای قابل تبیین در دستگاه عددنویسی فارسی میانه ساخته شده‌اند.

در مجموع، می‌توان گفت که دستگاه عددنویسی فارسی میانه با برداشتن گام‌های بلند به سمت هندسی‌شدن، کاستن شمار بسیار نویسه‌ها به تعدادی محدود از نویسه‌های بنیادین، تکثیر نویسه‌های بنیادین از طریق اصول و قواعد اولیه مشخص، رفتار آشکار جایگاهی و مشارکت در شکل‌دهی به دستگاه‌های عددنویسی پس از خود، جایگاهی درخشان در سیر تکوین و تکامل اندیشه بشری داشته است.

منابع

- آسانا، جاماسب جی (۱۳۷۱). *متون پهلوی*. گزارش از سعید عربان. تهران: کتابخانه جمهوری اسلامی ایران.
- آموزگار، ژاله؛ تفضلی، احمد (۱۳۷۵). *زبان پهلوی؛ ادبیات و دستور آن*. چاپ دوم. تهران: معین.
- بندھش/یرانی (بی‌تا). براساس نسخه TD1 تهمورس دینشاه. تهران: بنیاد فرهنگ ایران.
- بهار، مهرداد (۱۳۷۶). *پژوهشی در اساطیر ایران*. چاپ دوم. تهران: آگه.
- بیرونی، ابوریحان (۱۳۸۷). *التفهیم لاوائل صناعه التنجیم*. به کوشش جلال‌الدین همایی. چاپ پنجم. تهران: هما.
- تارویردی‌زاده، نسرین؛ منشی‌زاده، مجتبی؛ شهیدی، علی (۱۳۹۸). مقایسه ارقام و سیستم شمارش قوم‌های کهن ایرانی با دیگر اقوام. *دستاوردهای نوین در مطالعات علوم انسانی*. سال دوم. شماره ۲۱: ۱۳۴-۱۴۸.
- جعفری مته‌کلائی (آریا بزرگمهر)، مهدی؛ گشتاسب، فرزانه (۱۳۹۶). معرفی دستگاه عددنویسی پهلوی و رهیافتی مؤثر به حساب اعداد پهلوی. *زبان‌شناخت*. سال هشتم. شماره ۲: ۲۷-۵۳.
- جعفری نائینی، علیرضا (۱۳۹۹). اعداد و ارقام. *دانشنامه ایران*.
<https://www.cgie.org.ir/fa/article/259091>
- جنیدی، فریدون (۱۳۶۰). *نامه پهلوانی*. تهران: بنیاد نیشابور.
- حاسب طبری، محمدبن ایوب (۱۳۴۹). *مفتاح المعاملات*. به کوشش محمدامین ریاحی. تهران: بنیاد فرهنگ ایران.
- حسینی شکرایی، احترام‌السادات (۱۳۹۰). *بررسی نقش اعداد از باستان تاکنون*. تهران: پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی.

- دهخدا، علی اکبر (۱۳۷۷). *لغت نامه*. تهران: دانشگاه تهران.
- دانتزیگ، تویاس (۱۳۶۱). *عدد، زبان علم*. ترجمه عباس گرمان. تهران: شرکت سهامی کتاب های جیبی.
- رضایی باغبیدی، حسن و همکاران (۱۳۹۱). *خط و نظام های نوشتاری در جهان اسلام*. تهران: کتاب مرجع.
- شفیعی سرارودی، مهرنوش؛ حسن نسب، مهسا (۱۳۹۷). *تجلی عدد چهار در نقوش سفالینه های پیش از تاریخ در ایران*. نگره. دوره سیزدهم. شماره ۴۵: ۷۱-۵۲.
- شوالیه، ژان ژاک؛ گریبان، آلن (۱۳۸۲). *فرهنگ نمادها*. ترجمه سودابه فضایی. تهران: جیحون.
- شیمل، آنه ماری (۱۳۸۸). *راز/عدد*. ترجمه فاطمه توفیق. چاپ ششم. قم: دانشگاه ادیان و مذاهب.
- فردوسی، ابوالقاسم (۱۳۶۶). *شاهنامه*. به کوشش جلال خالقی مطلق. نیویورک: بنیاد میراث پارسی.
- فروغی، محمدعلی (۱۳۴۴). *سیر حکمت در اروپا*. تهران: زوار.
- کارنامه اردشیر بابکان (۱۳۸۲). به کوشش بهرام فره وشی. چاپ سوم. تهران: دانشگاه تهران.
- لوی، تونی (۱۳۷۳). *منشأ/عدد*. ترجمه سیامک کاظمی. پیام یونسکو. شماره ۲۸۲: ۹-۵.
- معین، محمد (۱۳۸۶). *فرهنگ معین*. چاپ سوم. تهران: زرین.
- ملاصدرا، صدرالدین شیرازی (۲۰۰۲). *الحکمه المتعالیه فی الأسفار العقلیه الأربعة*. بیروت: دار احیاء التراث العربیه.
- نامور فرگی، مجتبی؛ ابراهیمی، شیما (۱۳۹۱). *بررسی چگونگی پیدایش و تغییر اعداد در زبان فارسی از دیدگاه زبان شناسی*. مجموعه مقالات دانشگاه علامه طباطبائی. شماره ۲۸۱: ۸۲۶-۸۳۶.
- نیبرگ، هنریک ساموئل (۱۳۸۹). *دستورنامه پهلوی*. تهران: اساطیر.
- نیلوفر، فرهاد (۱۳۸۹). *آموزش خط و زبان پهلوی*. نشر الکترونیک تک بوک: www.takbook.com.
- هومن، محمود (۱۳۴۸). *تاریخ فلسفه از آغاز تا نخستین آکادمی*. چاپ دوم. تهران: کتابخانه طهوری.
- هونکه، زیگريد (۱۳۶۱). *فرهنگ اسلام در اروپا*. ترجمه مرتضی رهبانی. تهران: دفتر نشر فرهنگ اسلامی.
- هینلز، جان (۱۳۷۳). *شناخت اساطیر ایران*. ترجمه ژاله آموزگار و احمد تفضلی. چاپ سوم. تهران: نشر آویشن و نشر چشمه.
- Allen, James Peter (2010). "Numbers". Middle Egyptian: An Introduction to the Language and Culture of Hieroglyphs. Cambridge University Press.
- Boyer, Carl Benjamin (1991). *A History of Mathematics*. Wiley international edition.
- Encyclopædia (Britannica Online) (2006). Leonardo Pisano: "Contributions to number theory". Retrieved 18 September 2006.
- Marcos, Juan- Jose (2014). A Unicode Font for Linguistics and Ancient Languages. <http://guindo.pntic.mec.es/jmag0042/alphabet.html>.

Tylor, Edward Burnett (1871). *Primitive Culture: Researches into the Development of Mythology, Philosophy, Religion, Art, and Custom*. Vol. I. London: Murray.

References in Persian

- Âmouzgâr, Jâleh; Tafzzoli, Ahmad. (1996). *Pahlavi Language and its literature and grammar*. 2nd ed. Tehran: Moeen. [In Persian]
- Âsânâ, Jâmâsab G (1992). *Pahlavi Texts*. Report from Saeed Oriân. Tehran: Library of the Islamic Republic of Iran. [In Persian]
- Bahâr, Mehrdâd. (1997). *A Study in Iranian Mythology*. 2nd Ed. Tehran: Âgâh. [In Persian]
- Birouni, Abureyhân (2008). *Al-Tafhim Le-Awâel Al-Senâat Al-Tanjim*. by Jalâluddin Homâyi. Tehran: Homâ. [In Persian]
- Bondahesh*. Based on the TD1 version of Tamhours Dinshâh. Tehran: Iran. [In Persian]
- Chevalier, Jean; Gheerbrant, Alain (2006). *Dictionnaire des symboles*. Translated by Soudâbeh Fazâyeli. Volume Four. Tehran: Jeihoun. [In Persian]
- Dehkhodâ, Ali Akbar (1998). *Encyclopedic*. Tehran: Tehran University. [In Persian]
- Dantzig, Tobias (1982). *Number, the Language of Science*. Translated by Abbâs Garmân. Tehran: Pocket Books. [In Persian]
- Ferdowsi, Abu-Alqâsem (1987). *Shâhnameh*. by Jalâl Khâleghi Motlagh. New York: Persian Heritage Foundation. [In Persian]
- Foroughi, Muhammad Ali (1965). *The Path of Wisdom in Europe*. Tehran: Zavvâr. [In Persian]
- Hâseb Al-Tabari, Muhammad bin Ayoub (1970). *Meftâh Al-Muâmelât*. by Muhammad Amin Riâhi. Tehran: Iran Culture Foundation. [In Persian]
- Hinnells, John Russell (1994). *Knowledge of Iranian Mythology*. Translated by Zhâleh Âmouzgâr and Ahmad Tafazzoli. 3rd Ed. Tehran: Âvishan and Cheshmeh. [In Persian]
- Houman, Mahmoud (1969). *The History of Philosophy from the Beginning to the First Academy*. 2nd Ed. Tehran: Tahouri Library. [In Persian]
- Honke, Sigrid (1982). *Islamic Culture in Europe*. Translated by Morteza Rohbâni. Tehran: Farhang Islamic Publishing House. [In Persian]
- Hosseini Shokrâyi, Ehterâm Al-Sâdât. (2011). *Examining the role of numbers from ancient times until now*. Tehran: Research Institute of Humanities and Cultural Studies. [In Persian]

- Jafari (Aria Bozorgmehr), Mahdi; Ghoshtâsb, Farzâneh (2016). Introduction of the Pahlavi numbering device and an effective approach to calculating Pahlavi numbers. *Language Studies*. 8 year. Number 2: 27-53. [In Persian]
- Jafari Nâeini, Ali Reza (2019). Numbers. *Encyclopedia of Iran*. <https://www.cgie.org.ir/fa/article/259091>. [In Persian]
- Joneydi, Fereydoun (1981). *Pahlavi's book*. Tehran: Neishâboor Foundation. [In Persian]
- Kârnâme-ye Ardeshir Bâbakân* (2003). by Bahrâm Farahvashi. 3rd ed. Tehran: Tehran University. [In Persian]
- Levy, Tony (1994). The origin of numbers. *UNESCO Message*. Translated by Siâmak Kâzemi. Number 282: 5-9. [In Persian]
- Moeen, Muhammad (2007). *Moeen Encyclopedic Dictionary*. 3rd ed. Tehran: Zarrin. [In Persian]
- Mollâ Sadrâ, Sadruddin Shirâzi (2002). *Al-Hikamat Al-Motaâliya fi Al-Asfâr Al-Aghliya Al-Arbaeh*. Beyrut: Al-Arabiya Heritage Revival. [In Arabic]
- Nâmvar Fargi, Mojtabâ; Ebrâhimi, Shimâ (2011). Investigation of how numbers appear and change in Persian language from the perspective of linguistics. *Collection of articles of Allâmeh Tabatabai University*. No. 281: 826-836. [In Persian]
- Niloufari, Farhâd (2010). *Learning calligraphy and Pahlavi language*. Takbook electronic publication: www.takbook.com. [In Persian]
- Rezâyi Bâghbidi, Hassan et al. (2011). *Calligraphy and writing systems in the Islamic world*. Tehran: Reference books. [In Persian]
- Schimmel, Annemarie (2009). *The secret of numbers*. Translated by Fâtemeh Taqavi. 6th ed. Qom: University of Religions and Denominations. [In Persian]
- Shafiei Sarâroudi, Mehrnoush; Hassan Nassab, Mahsâ (2017). The manifestation of the number four in prehistoric pottery designs in Iran. *Negareh*. Volume 13, Number 45: 52-71. [In Persian]
- Târvirdizâdeh, Nasrin; Monshizâdeh, Mojtabâ; Shahidi, Ali (2018). Comparison of numbers and counting system of ancient Iranian tribes with other tribes. *New achievements in humanities studies*. second year. No. 21: 134-148. [In Persian]