نشریه تحقیقات کاربردی علوم جغرافیایی سال چهاردهم، شماره ۳۳، تابستان ۹۳

شناسایی و توزیع مکانی الگوهای احتمال بارش روزانه ایران

دریافت مقاله:۹۲/۱۱/۵ پذیرش نهایی: ۹۳/۲/۱۸
صفحات:۲۵۵-۲۳۷

اسماعیل نصرآبادی: استادیار اقلیم شناسی دانشکده علامه طباطبایی سبزوار دانشگاه فرهنگیان [۱]
Email: esmailnasrabaadi@gmail.com
ابوالفضل مسعودیان: استاد اقلیم شناسی دانشکده جغرافیا دانشگاه اصفهان
Email: porcista@yahoo.ie
حسین عساکره: دانشیار اقلیم شناسی دانشکده ادبیات و علوم انسانی دانشگاه زنجان
Email:asakereh@znu.ac.ir

چکیده

شناسایی ویژگی‌های بارش روزانه در برنامه‌ریزی منابع آب و الگوهای کشت اهمیت زیادی دارد، با برازاندن مدل‌های احتمال بر بارش روزانه می توان به برخی ویژگی‌های این داده‌ها در قالبی خلاصه دست یافت. در این پژوهش، از داده‌های بارش روزانه شبکه‌بندی شده پایگاه داده بارش آفرودیت خاورمیانه به ابعاد ۰/۲۵× ۰/۲۵ درجه طول / عرض جغرافیایی استفاده شده است. داده‌های بارش روزانه این پایگاه داده در محدوده ایران طی دوره ۱۳۳۰/۱/۱ تا ۱۳۸۵/۱۲/۲۹ (معادل۲۰۴۵۳ روز) خورشیدی به کمک نرم‌افزار Grads استخراج گردید. برای شناسایی برازنده‌ترین توزیع روزهای بارشی، از آزمون نیکویی برازش کلموگروف- اسمیرنف استفاده شد. با برنامه نویسی در محیط نرم‌افزار Matlab توابع توزیع تیپ نرمال و گاما بر تک‌تک یاخته‌های با بارش بیش از ۰/۵ میلی-متر برازش داده شد. تابع نظری توزیع گامای دو فراسنجی و نمایی توانسته‌اند شرایط آماری لازم آزمون نیکویی برازش در فاصله اطمینان ۹۵٪ را به عنوان برازنده ترین توزیع احراز نمایند. محاسبه فراسنج‌های برازنده‌ترین تابع توزیع فراوانی نشان می‌دهد با وجود کم بودن مقدار فراسنج میانگین بارش مورد انتظار در بخش قابل توجهی از کشور میزان اعتماد به بارش روزانه کم و نوسان بارش زیاد است. فراسنج‌های چولگی و کشیدگی حکایت از چوله بودن بارش و عدم تقارن در بارش دارد. از طرف دیگر، پایین بودن مقدار فراسنج شکل، نشان دهنده فاصله زیاد تابع توزیع فراوانی بارش با شرایط نرمال دارد موضوعی که توسط آماره‌های آزمون آماری نیکویی برازش نیز تأیید شده بود.

کلید واژگان: الگوهای احتمال، فراسنج‌های توزیع، پایگاه داده آفرودیت، بارش، ایران.

---

[۱]. **نویسنده مسئول:**خراسان رضوی سبزوار- چهار راه ضمن خدمت- دانشکده علامه طباطبایی سبزوار.

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

مقدمه

در مطالعات اقلیم‌شناسی اغلب با حجم زیادی داده سر و کار داریم که پی بردن به برخی ویژگی‌های این داده‌ها به صورت مستقیم مشکل و شاید هم غیر ممکن باشد؛ بنابراین اندیشیدن به این موضوع که چگونه می‌شود مجموعه‌ای حجیم از داده‌های واقعی را در قالبی خلاصه شده قرار داد، ارزش زیادی دارد؛ در واقع توزیع‌های فراوانی نظری قابلیت انجام این مهم را دارند و می‌توانند توزیع داده‌های واقعی را تا حد بسیار زیادی نمایش داده و در مجموع برآوردهای بسیار خوبی از داده‌ها ارائه کنند(رحیم‌زاده، ۱۱۴:۱۳۹۰).

یکی از راه‌های بررسی فراوانی وقوع پدیده‌ها و پاسخ‌گویی به سؤال‌های مرتبط با آن، استفاده از توابع توزیع احتمال است. به کمک این توابع، می‌توان توزیع‌های احتمال را بر داده‌ها برازش داده و با محاسبه فراسنج‌های[1] توزیع برازش یافته، پی به برخی ویژگی‌های داده‌ها برد. فراسنج-های توزیع[2] نوعی عبارت ریاضی انتزاعی هستند که شکل، مقیاس و موقعیت توزیع داده‌ها را مشخص می‌کنند(ویلکس[3]، ۷۲:۲۰۰۶). از طرفی، اخیراً برخی دانشمندان در بررسی تغییر اقلیم توجه خود را به ردیابی دگرگونی توزیع فراوانی مشاهدات معطوف داشته‌اند. زیرا معتقدند که گاهی یک جابه‌جایی ساده در میانگین قادر است اثرات معنی‌دار و تغییرات قابل توجهی بر توزیع فراوانی، شدت و تداوم آن‌ها به شکل توأم یا منفرد بر جای نهد(عساکره، ۵۱:۱۳۹۱). سعی این محققین بر آن است تا در کنار روش‌های مختلف ارزیابی درستی و نادرستی مقوله‌ی تغییر اقلیم با بررسی توزیع فراوانی و تغییرات آن در طول زمان این پدیده را از این بعد هم مورد بررسی قرار دهند.

در مجموع، مطالعات اقلیم‌شناسان در مورد توزیع فراوانی بارش بر اساس داده‌های مورد استفاده را می‌توان در دو طبقه کلی قرار داد. تعدادی از اقلیم‌شناسان تلاش‌های خود در زمینه توزیع فراوانی را، بر توزیع فراوانی پدیده‌های فرین جوی و تغییرات آن معطوف کرده‌اند. از این-گونه مطالعات می‌توان به مطالعات روند بارش‌های فرین کوتاه مدت ایستگاه‌های ایالات متحده و کانادا با دوره برگشت یک‌ساله و بیش‌تر(کانکل و آندساگر[4]، ۳۰۵:۱۹۹۹)، بررسی بارش‌های فرین ایالات متحده در قرن نوزدهم تا بیستم (کانکل[5]، ۲۹۱:۲۰۰۳)، مطالعه روند و دوره بازگشت نمایه‌های فرین ایستگاه‌های نمونه ایران در یک دوره ده ساله (تقوی و

1 - Parameters
2 -Parameters of Distribution
3- Wilks
4 - Kunkel and Andsager
5 - Kunkel

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

محمدی،۱۱:۱۳۸۶)، بررسی نمایه‌های بارش فرین ۲۷ ایستگاه همدید ایران با داده‌های بارش روزانه(عسکری و همکاران،۴۲:۱۳۸۶) و بررسی تغییرتوزیع فراوانی بارش‌های فرین زنجان در دوره ۱۹۶۱ تا ۲۰۰۶(عساکره،۵۱:۱۳۹۱) اشاره کرد.

عده‌ای دیگری از دانشمندان بررسی و شناسایی توزیع فراوانی بارش‌ها در مقیاس‌های متنوع زمانی را وجهه‌ی همت خود قرار داده‌اند؛ از این نوع پژوهش‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.
برازش توابع توزیع‌های فراوانی بر داده‌های بارش روزانه‌ی ۶۰ ایستگاه فلسطین اشغالی در فصل بارش (اکتبر تا می) دوره‌ی ۱۹۳۱ تا ۱۹۹۰ با روش کلموگروف – اسمیرنف نشان داد که توزیع گامای دو فراسنجی شرایط آزمون نیکویی برازش را احراز کرده است. واکاوی فراسنج‌های تابع توزیع فراوانی که با روش بیشینه‌ی درست‌نمایی محاسبه شده است تغییرات مشخص آماری را در الگوهای توزیع فضایی بارش در جنوب، شمال و قسمت مرکز کشور را نشان می‌دهد(بن‌گایی و همکاران[1] ،۱۸۰:۱۹۹۸).

هانسون و وگل[2] با پذیرش گشتاور خطی در ارزیابی نیکویی برازش مشاهدات بارش روزانه ۲۳۷ ایستگاه با پراکندگی مناسب ۴۹ ایالت از ایالات متحده نشان دادند، که بر خلاف روش-های سنتی، که توزیع گامای دو فراسنجی را مناسب برازش بر بارش می‌دانستند توزیع پیرسون تیپ سه مناسب سری‌های بارش دست‌کاری نشده و توزیع کاپای چهار فراسنجی مناسب سری‌های بارش روزهای مرطوب می‌باشد(هانسون و وگل،۴:۲۰۰۹).

شبری و آریف[3] به کمک دیاگرام گشتاورهای خطی استاندارد شده مناسب‌ترین توزیع داده-های بارش روزانه ۵۵ ایستگاه سلانگور و کوالالامپور در دوره ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۷ را تعیین کرده و برای برآورد فراسنج‌های توزیع از گشتاور خطی و گشتاورهای خطی استاندارد شده استفاده کرده‌اند. بر اساس این مطالعه، توزیع لجستیک تعمیم یافته، توزیع مقادیر فرین تعمیم یافته و توزیع نرمال به ویژه لوگ نرمال سه فراسنجی به طور قابل توجهی ویژگی‌های داده‌های واقعی را نمایش می‌دهند (شبری و آریف، ۱۵۲:۲۰۰۹).

یورکلی[4] و همکاران توزیع‌های نرمال، لوگ نرمال دو فراسنجی، لوگ نرمال سه فراسنجی، لجستیک، لجستیک تعمیم یافته، مقادیر فرین تیپ یک، مقادیر فرین تعمیم یافته تیپ یک و پارتوی تعمیم یافته را بر بیشینه بارش روزانه چهار ایستگاه ناحیه توکات ترکیه برازش داد و

1 - Ben-Gai et al
2- Hanson and Vogel
3 - Shabri and Ariff
4 - Yurekli

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

شیوه‌ی گشتاور خطی را روشی مناسب در برآورد فراسنج‌های این توزیع‌ها معرفی کرد(یورکلی و همکاران،۲۰۰۵:۳۸).

گرویسمن[1] و همکاران تابع توزیع گاما را توزیعی مناسب برای داده‌های بارش روزانه تابستان در نیم‌کره شمالی و جنوبی برای حدود ۴۰ درصد خشکی‌ها شامل هشت کشور کانادا، ایالات متحده آمریکا، مکزیک، شوروی سابق، چین، استرالیا، نروژ و لهستان از جهت آماری دانسته است(گرویسمن و همکاران،۱۹۹۹:۲۴۱).

بر اساس مطالعه اکسوی و نتایج مطالعات قبلی که ویلکس (۱۹۸۹) و کاتز(۱۹۷۷) انجام داده‌اند توزیع گامای دو فراسنجی برای داده‌های بارش روزانه مناسب است (اکسوی،۲۰۰۰: ۴۲۷).

داهامش و اکسوی[2] با برازش چندین توزیع بر داده‌های بارش سالانه ۱۳ ایستگاه اردن در دوره ۱۹۵۳ تا ۲۰۰۲ سه توزیع لوگ پیرسون تیپ سه، توزیع گاما و لوگ نرمال سه پارامتری را برای این داده‌ها مناسب دانسته‌اند(داهامش و اکسوی،۲۰۰۶:۲۱۰).

عساکره در مطالعه‌ای با استفاده از آزمون نیکویی برازش کلموگروف- اسمیرنف، مناسب بودن توزیع گاما برای بارش ماهانه‌ی ۲۳۲ ایستگاه همدید و اقلیمی ایران در دوره‌ی ۱۹۶۱ تا ۲۰۰۳ را نشان می‌دهد و به کمک فراسنج‌های محاسبه شده با روش گشتاور سه فاز را برای بارش ایران در دهه‌های اخیر مشخص می‌کند. فاز اول از ۱۹۶۱ تا ۱۹۶۷ که یک افت و خیز زیر متوسط را نشان می‌دهد. فاز دوم به وسیله دامنه‌ی بالای بارش متوسط طولانی مدت از ۱۹۶۸ شروع و در ۱۹۸۶ خاتمه می‌یابد. و سومین فاز که از ۱۹۸۶ شروع شده و در اطراف محدوده طولانی مدت با دامنه‌ی پایین‌تری در مقایسه با فازهای قبل قرار دارد (عساکره،۲۰۰۸:۸۴).

مهدوی و همکاران با استفاده از آزمون مربع متوسط باقی مانده‌ها و مربع خی دو توابع توزیع نرمال، لوگ نرمال دو فراسنجی، گامبل، گامای دو فراسنجی، پیرسون تیپ سه و توزیع لوگ پیرسون تیپ سه را بر بارش سالانه‌ی ۶۵ ایستگاه در دوره‌ی ۱۹۷۲ تا ۲۰۰۱ برازش داده و به ترتیب اولویت، به توابع توزیع نمره از یک تا هفت داده‌اند؛ و فراسنج‌های توزیع مناسب را به کمک روش‌های گشتاور و بیشینه درست نمایی برآورد نموده‌اند. نتایج این مطالعه حکایت از آن دارد که در ایستگاه‌ها برتری خاصی برای هیچ یک از توزیع‌ها وجود ندارد؛ و با تغییر طول دوره‌ی آماری داده‌ها، مناسب‌ترین توزیع برای ۸۸ درصد ایستگاه‌ها تغییر می‌کند(مهدوی و همکاران ۲۰۱۰:۱۶۱).

1 - Groisman
2 - Dahamsheh and Aksoy

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

کنکاش در پیشینه‌ی تحقیق مشخص می‌کند که با توجه به نوع داده‌ها، طول دوره‌ی آماری مورد مطالعه و بسته به هدف مطالعه نوع توزیع‌های برازش داده شده، آزمون نیکویی برازش و روش برآورد فراسنج‌های توزیع بسیار متنوع و متفاوت است؛ و امکان ارائه‌ی یک روش یکسان و مشخص در شناسایی توزیع فراوانی بارش وجود ندارد و در صورت امکان هم، ارائه آن منطقی به نظر نمی‌رسد. چرا که هر روش دارای مزایا و معایبی است؛ بنابراین با توجه به نوع مطالعه و توصیه‌های محققین بایستی به انتخاب روش و یا روش‌های متناسب با شرایط و اهداف مطالعه پرداخت. به همین دلایل، در این پژوهش با لحاظ نقاط ضعف و قوت روش‌های مختلف مورد استفاده توسط دانشمندان و با توجه به هدف پژوهش، که شناسایی ویژگی‌های بارش روزانه روزهای بارشی ایران بوده از یک روش ترکیبی که کم‌ترین ضعف و بیش‌ترین قوت را داشت استفاده شد.

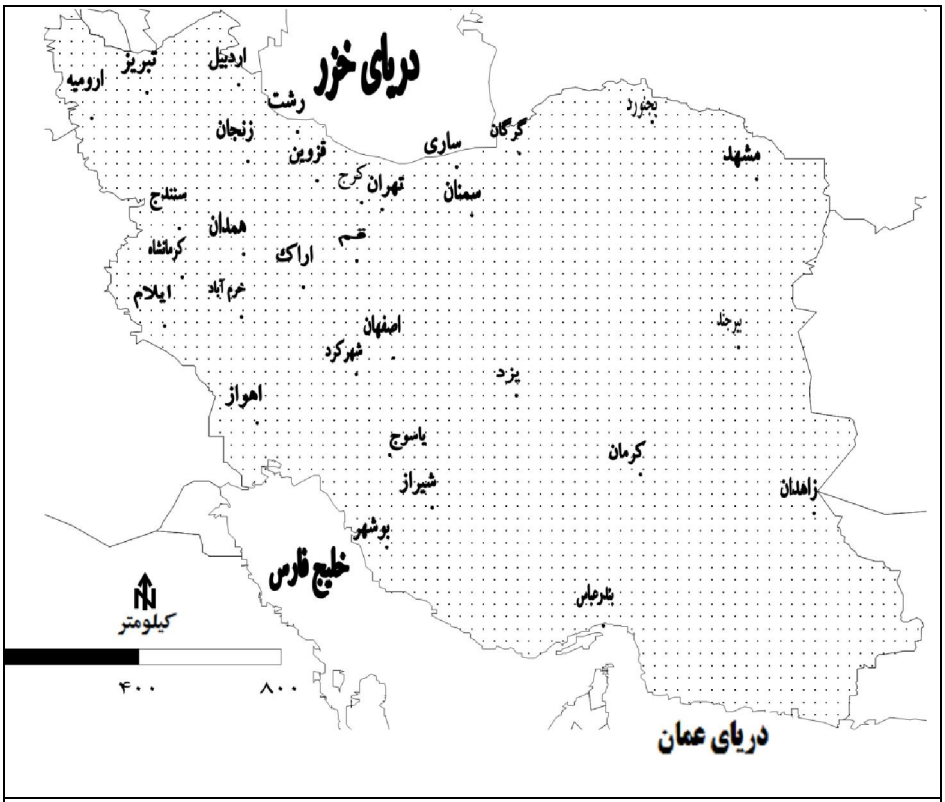
داده‌ها و روش مطالعه

آفرودیت[1]، یک پایگاه داده‌ی بارش شبکه‌ای روزانه نوین با تفکیک مناسب مکانی است. که با استفاده از داده‌های شبکه‌ی دیده‌بانی‌های باران‌سنج‌های منابع مختلف برای مناطق مختلف آسیا ایجاد شده است. طرح منابع آب آفرودیت به وسیله‌ی بنیاد پژوهشی انسانی و طبیعی[2] و بنیاد پژوهشی سازمان هواشناسی ژاپن و با عضویت چندین کشور از سال ۲۰۰۶ شروع به فعالیت نموده است. برای شناسایی توزیع فراوانی بارش‌های روزانه روزهای بارشی در این پژوهش، داده‌های بارش روزانه شبکه‌بندی شده نسخه V1003R1خاورمیانه این پایگاه داده با ابعاد ۰/۲۵ × ۰/۲۵ درجه طول / عرض جغرافیایی در محدوده ایران به کمک نرم افزار گرادس استخراج شد؛ داده‌های بارش روزانه این پایگاه داده برای دوره ۱۳۳۰/۱/۱ تا ۱۳۸۵/۱۲/۲۹ (معادل۲۰۴۵۳ روز) خورشیدی در محدوده ایران ۲۴۹۱ یاخته را در بر می‌گیرد(شکل ۱). برای شناسایی برازنده‌ترین توزیع روزهای بارشی از آزمون نیکویی برازش کلموگروف- اسمیرنف استفاده شد. تا الگوی پراکندگی مکانی برازنده‌ترین توزیع برای کل کشور مشخص شود. آماره آزمون کلموگروف- اسمیرنف در هر یاخته برای توزیع‌های خانواده نرمال(نرمال استاندارد و لوگ نرمال) و خانواده توزیع گاما (گامای دو فراسنجی و نمایی) محاسبه شده و برازنده‌ترین توزیع (مدل احتمال) یاخته‌ها بر اساس احراز شرایط لازم آماره آزمون مشخص شد. فراسنج-

1 - Asian Precipitation - Highly-Resolved Observational Data Integration Towards Evaluation of Water Resources(APHRODITE's Water Resources)
2 - Research Institute for Humanity and Nature (RIHN)

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

های میانگین، انحراف معیار، چولگی و کشیدگی برازنده‌ترین توزیع با روش گشتاور خطی[1] به کمک برنامه‌نویسی در نرم‌افزار Matlab محاسبه و نگاشت آن‌ها به کمک نرم‌افزار Surfer رسم و نقشه‌ها تفسیر شد(با توجه به سیستم طول / عرض جغرافیایی در نقشه‌ها، مقیاس نقشه‌ها تقریبی می‌باشد).



شکل (۱) شبکه‌بندی منظم یاخته‌های پایگاه آفرودیت روی ایران

توابع توزیع خانواده نرمال و گاما

منحنی فراوانی داده‌هایی که از مشاهدات و رویدادهای طبیعی به دست می‌آیند در عمل کم-تر با منحنی توزیع نرمال مطابقت کامل دارند. به عنوان نمونه، در توزیع نرمال نظری دنباله‌ها با وجود نزدیکی به محور افقی از دو طرف تا مثبت و منفی بی‌نهایت ادامه پیدا می‌کنند. ولی این ویژگی معمولاً در تناقض با داده‌های طبیعی واقعی است. محدودیت‌هایی از این دست،

1 - L-Moment

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

ایجاب می‌کند انتظار داشته باشیم که توزیع فراوانی مقادیر واقعی تنها بتواند تقریبی از توزیع نرمال باشد. بنابراین ساده‌تر و عملی‌تر است که هر متغیر مورد مطالعه با استفاده از قاعده نرمال، بر حسب نمره‌های استاندارد بیان شود به این معنی که مقادیر مربوط به متغیر تصادفی x که دارای توزیع نرمال است استاندارد شود. در این صورت متغیر تصادفی استاندارد z با میانگین صفر و انحراف معیار ۱ بوجود می‌آید. با تبدیل متغیر تصادفی x به متغیر تصادفی استاندارد z مقیاس متغیر تغییر می‌کند. بنابراین شکل واقعی توزیع نرمال استاندارد وابسته به پراکندگی نمرات انحراف معیار در طول محور افقی است. این رده از توابع، نرمال با فراسنج‌های میانگین صفر و انحراف معیار یک توزیع نرمال استاندارد خوانده می‌شود. در این صورت تابع چگالی احتمال[1] توزیع نرمال استاندارد به شرح رابطه ۱ به دست می‌آید (عساکره،۱۳۹۰:۳۷۵).

$$F(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[\frac{-z^2}{2}] \qquad (1)$$

برای توزیع نرمال، فراسنج موقعیت و مقیاس به ترتیب بر میانگین و انحراف معیار منطبق هستند؛ اگرچه چنین چیزی لزوماً برای بیشتر توزیع‌ها صادق نیست. و از برآورد فراسنج‌های این توزیع با استفاده از شیوه‌ی گشتاورها و بیشینه درست‌نمایی نتایج مشابهی حاصل می‌شود.
مواردی وجود دارد که متغیرهای تصادفی از چولگی به راست کمی برخوردار هستند برای متقارن شدن این متغیرها می‌توان آن‌ها را به مقیاس لگاریتمی تبدیل کرد. به سخنی دیگر، در این توزیع به جای داده‌ها از مقادیر لگاریتمی[2] معادل آن‌ها استفاده می‌شود. تابع چگالی توزیع لوگ نرمال به شکل رابطه‌ی ۲ می‌باشد.

$$F(x)=\frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}}\exp[-\frac{(Lnx-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}],x\rangle 0 \qquad (2)$$

در این رابطه μ_y میانگین و σ_y انحراف معیار، متغیر تبدیل یافته‌ی $y=Ln(x)$ می‌باشند. برای برخی متغیرهای اقلیمی مانند بارش و باد که ارزش‌های کوچک‌تر از صفر اختیار نمی‌کنند و در عین حال در اغلب اوقات دارای چوله به راست هستند توزیع‌های خانواده گاما، توزیع‌های مناسبی هستند؛ این تابع دارای کمیتی به نام تابع گاما $\Gamma_{(\alpha)}$ می باشد (ویلکس،۲۰۰۶: ۹۶).

1- Probability Density Function(PDF)
2 -Log(x)

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

تابع چگالی احتمال توزیع گاما به صورت رابطه‌ی ۳ تعریف می شود.

$$F(x)=\frac{(x/\beta)^{\alpha-1}\exp(-x/\beta)}{\beta\Gamma(\alpha)},x,\alpha,\beta\rangle 0 \quad (۳)$$

فراسنج‌های میانگین (امید ریاضی) این توزیع برابر با $\alpha\beta$ (ویلکس و اگلستون[1]، ۱۹۹۲: ۲۵۶)، انحراف معیار آن برابر با $\sqrt{\alpha\beta^2}$، چولگی برابر با $\frac{2}{\sqrt{\alpha}}$، و کشیدگی برابر با $3+\frac{6}{\alpha}$ است. بسته به فراسنج شکل، تابع چگالی احتمال توزیع گاما از تنوع وسیع شکل برخوردار است برای نمونه در $\alpha=1$ تابع محور عمودی را در $\frac{1}{\beta}$ قطع می‌کند. این مورد ویژه از توزیع گاما، توزیع نمایی نامیده می‌شود. به عبارت دیگر برای مقدار $\alpha=1$ توزیع گاما به توزیع نمایی تبدیل می شود و تابع چگالی احتمال آن به شکل رابطه‌ی ۴ است(واکازاکی، ۲۰۱۱: ۳۱).

$$F(x)=\frac{1}{\beta}\exp(-\frac{x}{\beta}),x\geq 0 \quad (۴)$$

شکل تابع چگالی احتمال این توزیع، در واقع به‌صورت نمایی رو به کاهش می‌گذارد. رابطه‌ی ۴ جهت واکاوی، انتگرال‌پذیر است. فراسنج‌های میانگین (امید ریاضی) این توزیع برابر با β، چولگی برابر ۲ و کشیدگی برابر ۹ است.

آزمون نیکویی برازش

اگرچه توزیع احتمال واقعی مشاهدات در عمل مجهول است اما می‌توان با مطالعه تعدادی توزیع نظری و بر اساس نمونه‌های موجود، بهترین توزیع نظری مناسب را از طریق آزمون‌های آماری برگزید. به این توزیع‌های نظری گاهی مدل‌های احتمال هم گفته می‌شود. به انتخاب بهترین توزیع نظری (مدل احتمال)، برازش[2] گفته می‌شود برازش دادن یک مدل در واقع انتخاب مدلی است که بهتر از هر مدل دیگری، رفتار مشاهدات را بیان کند و نمایشی از واقعیت‌هایی باشد که در طبیعت رخ داده و می‌دهد. در روش‌های کمی تشخیص نیکویی برازش مانند آزمون کلموگراف اسمیرنف، فرض صفر (داده‌ها از توزیع مفروض استخراج شده‌اند) در فرض مقابل مورد آزمون قرار می‌گیرند.

1 -Wilks and Eggleston
2 -Fit

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

برای آزمون نیکویی برازش به کمک این آزمون قدم نخست استفاده از فرض صفر (بین توزیع تئوری و توزیع داده‌های تجربی هیچ گونه اختلاف معنی‌داری وجود ندارد) است. قدم دوم انتخاب یک سطح اعتماد (α) برای آزمون می‌باشد. مثلاً سطح اعتماد ۵ درصد $(\alpha = ۰/۰۵)$ این پژوهش به این معنی است که آزمون در ۵ درصد موارد اشتباه و در ۹۵ درصد موارد صحیح است(علیزاده، ۱۳۹۰: ۷۴۱). آماره‌ی این آزمون یعنی D_n در رابطه‌ی زیر مشخص شده است (اسلامیان و سلطانی، ۱۳۸۱: ۴۷).

$$D_n = \max_x |F_n(x) - F(x)| \quad (۵)$$

در اینجا $F_n(x)$ احتمال تجمعی تجربی است که مانند $F_n(x_{(i)}) = i/n$ برای کوچک‌ترین مقدار i امین داده برآورد می شود و $F(x)$ تابع توزیع تجمعی نظری است که در x ارزیابی می شود. بنابراین آماره‌ی D_n آزمون کلموگراف – اسمیرنف بیشینه‌ی قدر مطلق تفاضل تابع توزیع تجربی و نظری را آشکار می‌کند.

$$C_\alpha = \frac{k_\alpha}{\sqrt{n} + ۰/۱۲ + ۰/۱۱/\sqrt{n}} \quad (۶)$$

و $k_\alpha = ۱/۲۲۴$ برای $\alpha = ۰/۱۰$

$k_\alpha = ۱/۶۲۸$ برای $\alpha = ۰/۰۱$ و $k_\alpha = ۱/۳۵۸$ برای $\alpha = ۰/۰۵$

فرض صفر برای $D_n \geq C_\alpha$ رد می‌شود (ویلکس، ۲۰۰۶: ۱۴۸).

برآورد فراسنج‌ها به روش گشتاور خطی[1]

یکی از تکنیک‌های رایج در روش گشتاورها، به روش گشتاور خطی موسوم است. این رویه گونه‌ای از گشتاورهای موزون احتمال را به کار می‌گیرد در مقایسه گشتاور خطی با گشتاورهای معمولی که در آن ارزش داده‌ها، مربع، مکعب و ... می‌شود، احتمالات در گشتاورهای خطی ضرب می‌شود در این رویه وزن کم‌تری به مقادیر بسیار کوچک و بسیار بزرگ داده می-شود(عساکره، ۱۳۹۰ : ۳۴۶). گشتاورهای موزون احتمال را به شکل رابطه‌ی ۷ تعریف می‌کنند.

$$\beta_r = E\left[x\{F(x)\}^r\right] \quad (۷)$$

که به شکل رابطه ۸ هم بازنویسی می‌شود.

1- L-Moment

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

$$\beta_r = \int_0^1 x(F) F^r dF \quad (۸)$$

در این رابطه $F = F(x)$ تابع توزیع تجمعی برای x است $x(F)$ معکوس تابع توزیع تجمعی x در احتمال F ارزیابی می‌شود و $r = ۰,۱,۲,...,$ عدد صحیح غیر منفی است. وقتی $r = ۰$ باشد β_0 برابر میانگین توزیع $\mu = E[x]$ است. برای هر توزیع r امین λ_r گشتاور خطی وابسته به r امین تابع موزون احتمال به طریق رابطه ۹ است.

$$\lambda_{r+1} = \sum_{k=0}^{r} \beta_k (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k} \quad (۹)$$

یافته‌های پژوهش

برازش توزیع‌های خانواده گاما و نرمال

هدف این قسمت، مقایسه مقدار آماره آزمون نیکویی برازش برای چهار توزیع برازش داده شده بر داده‌ها است و مقایسه مقدار آماره با سطح بحرانی جهت آزمون فرض صفر و فرض مقابل در قسمت بعد صورت می‌گیرد. بر اساس آماره‌های آزمون جدول ۱، در بین این چهارتوزیع، توزیع گاما که کم‌ترین مجموع قدرمطلق، کمینه، بیشینه و میانگین تفاضل توزیع تجمعی مشاهده شده بارش روزانه نسبت به توزیع نظری گامای دو فراسنجی را به خود اختصاص داده است؛ بهترین توزیع، از جهت شباهت تابع توزیع تجربی داده‌های بارش پایگاه آفرودیت با تابع توزیع نظری توزیع گاما به شمار می‌آید. در مقابل، کم‌ترین شباهت بین تابع توزیع تجربی بارش روزانه روزهای بارشی در ایران و تابع توزیع نظری بهنجار استاندارد وجود دارد. تابع توزیع نظری نمایی پس از تابع توزیع گاما بیش‌ترین شباهت را با تابع توزیع تجربی داده‌ها دارد و توزیع لوگ بهنجار در رده سوّم قرار دارد. به سخنی دیگر، می‌توان مدعی شد که تابع توزیع تجربی بارش روزهای بارشی در ایران از شرایط بهنجار استاندارد فاصله زیادی دارد و در عوض به تابع توزیع نظری گاما و نمایی شباهت بیش‌تری دارد.

جدول(۱) آماره‌های آزمون کلموگروف- اسمیرنف بارش روزانه برای توزیع‌های خانواده نرمال و گاما

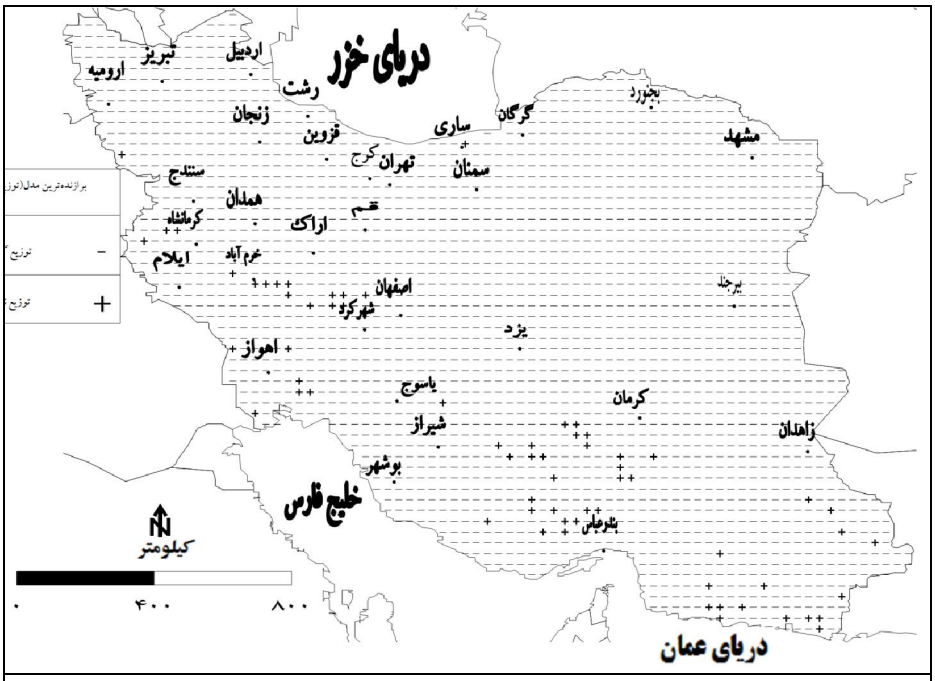
توزیع / آماره	بهنجار استاندارد	لوگ بهنجار	گاما	نمایی
مجموع	۱۵۴۰	۱۳۷۷	۲۶۲	۳۶۵
کمینه	۰/۶	۰/۵	۰/۰۶	۰/۰۷
بیشینه	۰/۷	۰/۶۴	۰/۱۵	۰/۲۱
میانگین	۰/۶	۰/۵۵	۰/۱	۰/۱۴

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

توزیع مکانی برازنده‌ترین توزیع های آماری(مدل‌های احتمال)

بر اساس آماره آزمون نیکویی برازش با فاصله اطمینان ۹۵٪ فقط دو توزیع گاما و نمایی موفق به احراز شرایط لازم آزمون نیکویی برازش جهت کسب عنوان برازنده‌ترین توزیع در هر یاخته شده‌اند و دو توزیع بهنجار استاندارد و لوگ بهنجار موفق به احراز شرایط لازم آزمون نیکویی برازش در هیچ یاخته‌ای نشده‌اند. نگاشت برازنده‌ترین مدل برازش یافته بر یاخته‌ها در شکل ۲ نشان می‌دهد توزیع تجربی بارش روزانه روزهای بارشی مناطق بین حاجی‌آباد هرمزگان تا حاجی‌آباد فارس، شمال چابهار تا مرز ایران و پاکستان در محدوده شهرستان سراوان و لکه‌های پراکنده در ارتفاعات زاگرس از تابع توزیع نظری نمایی پیروی می‌کنند. توزیع تجربی مناطق گسترده‌ای در سراسر سواحل دریای مازندران، سواحل دریای عمان و خلیج فارس، ارتفاعات زاگرس به غیر از چند لکه محدود، شمال‌غرب، شمال‌شرق، ایران مرکزی و شرق ایران از توزیع گامای دو فراسنجی تبعیت می‌کند.

از نکات در خور توجه نقشه شکل ۲ می‌توان به ناپیوستگی مکانی مناطقی که تابع توزیع فراوانی بارش روزانه آن از تابع توزیع نظری نمایی پیروی می‌کند اشاره کرد.



شکل(۲) برازنده‌ترین مدل احتمال(توزیع) در هر یاخته

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

برآورد فراسنج‌های برازنده‌ترین مدل هر یاخته

در مجموع، با توجه به مقدار فراسنج میانگین توزیع برازنده بر داده‌های بارش روزانه پایگاه آفرودیت که در شکل ۳ نشان داده شده است. در بخش قابل توجهی از ایران در شرق، شمال-شرق، شمال‌غرب و ایران مرکزی میانگین درازمدت بارش روزانه مورد انتظار کم‌تر از ۶ میلی‌متر است و این نشان از حاکمیت و استیلای سامانه‌های کم بارش بر بخش‌های زیادی از ایران دارد. از نکات مورد توجه دیگر وجود مناطق با میانگین بارش مورد انتظار بیش از ۶ میلی‌متر بارش روزانه در محدوده سواحل بندر جاسک و چارک می‌باشد که وجود شرایط متفاوت بارشی را در این مناطق تأیید می‌کند این شرایط می‌تواند ناشی از وجود سامانه‌های بارشی متفاوت و یا شرایط متفاوت محلی در این مناطق باشد. برای نواحی پیش‌کوه‌های زاگرس، بزرگی فراسنج میانگین بارش را می‌توان با استناد به مطالعات دیگران، در ارتباط با فرود دریای سرخ و تأثیر آن بر میزان بارش تحلیل کرد.

محاسبه یک برآورد تقریبی از متوسط فاصله مقادیر بارش روزانه از مقدار امید ریاضی (میانگین) بارش روزانه نشان می‌دهد مناطقی در اطراف تبریز و ارومیه، جنوب غرب خراسان شمالی، خراسان رضوی و جنوبی به جزء مناطق کوهستانی آن و ایران مرکزی که علاوه بر دشت کویر و دشت لوت از غرب تا اصفهان و اراک و از شمال تا حدود زنجان، تهران و سمنان را در بر می‌گیرد از متوسط تغییرپذیری ۰ تا ۱۰ میلی‌متری نسبت به میانگین برخوردار هستند. متوسط انحراف از میانگین بارش بین ۱۰ تا ۲۰ میلی‌متر در سواحل ایرانی دریای عمان در جنوب‌شرق، جلگه خوزستان، دامنه‌های شرقی زاگرس، سواحل شرقی دریای مازندران، اطراف تهران، شمال خراسان شمالی و اطراف نهبندان در خراسان جنوبی وجود دارد. این میزان از انحراف نسبت به میانگین مورد انتظار بارش در هر روز، در مناطق کم بارشی مانند شهرستان نهبندان نوسان زیادی محسوب شده و تاثیرات زیادی را بر تولید محصولات کشاورزی به همراه خواهد داشت. دردامنه غربی زاگرس تا بخشی از سواحل خلیج فارس و سواحل شرق و شمال تنگه هرمز و سواحل غربی و میانی دریای خزر متوسط انحراف بارش روزانه از میانگین به بیش از ۳۰ میلی‌متر می‌رسد و عدم اطمینان به متوسط بارش روزانه به شدّت افزایش می‌یابد و سرانجام در مناطقی محدود و پراکنده‌ای در غرب ایران و در ارتفاعات زاگرس به خصوص در اطراف شهرکرد و خرم‌آباد، مناطق بین شیراز، بندرعباس و کرمان نوسان در بارش و عدم اطمینان به متوسط بارش به بیشینه خود می‌رسد(شکل ۴).

فراسنج چولگی در شکل۵ نشان می‌دهد در مناطقی از جنوب‌شرق، ارتفاعات جنوب‌غرب کرمان، بین شهرکرد تا خرم‌آباد و برخی نقاط پراکنده دیگر کشور برابر ۲ است این میزان از

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

فراسنج چولگی مربوط به توزیع نمایی است که نواحی با بارش به شدّت چوله را نشان می‌دهد در این مناطق احتمال وقوع بارش‌های زیاد کاهش می‌یابد. در بخش وسیعی از شرق، مرکز، شمال شرق، شمال غرب تا اصفهان، خرم‌آباد و ایلام و جلگه خوزستان فراسنج چولگی توزیع گامای دو فراسنجی بین ۱ تا ۲ قرار دارد در این مناطق اگرچه داده‌های بارش روزانه دارای چولگی راست و مثبت هستند؛ اما نسبت به سایر مناطق ایران دارای مقدار کمینه چوله به راست می‌باشند. در مقابل از سواحل شرقی تنگه هرمز تا ارتفاعات زاگرس و شمال اهواز و جنوب ایلام و سواحل دریای مازندران در اطراف رشت و ساری فراسنج چولگی توزیع گاما بین ۲/۱ تا ۲/۵ قرار دارد. وقوع بارش‌های کم‌تر از میانگین در این مناطق نسبت به مناطق طبقه نخست فراسنج چولگی بیش‌تر شده و به عبارتی چولگی داده‌ها بیش‌تر می‌شود.

مناطقی پراکنده در جنوب‌شرق، دامنه شرقی زاگرس و شمال و شرق جلگه خوزستان که در شکل ۶ طبقات فراسنج کشیدگی را با مثلث پر نشان داده است مناطق فراسنج کشیدگی توزیع نمایی را نشان می‌دهند داده‌های بارش روزانه در این مناطق متقارن نیستند. بخش زیادی از ایران مرکزی با امتداد در جهت شمال تا جنوب تهران و شرق قم افراشتگی داده‌ها و تمرکز کاهش یافته و قدر مطلق فراسنج کشیدگی بین ۰/۷ تا ۰/۹ قرار دارد. در عوض در لکه-هایی پراکنده در شرق، شمال‌شرق، شمال‌غرب و تقریباً در سراسر ارتفاعات زاگرس تا مرزهای غرب و جنوب‌غرب کشور، جلگه خوزستان و سواحل جنوب کشور به غیر از سواحل تنگه هرمز با افزایش میزان فراسنج کشیدگی توزیع گاما به ۰/۹ تا ۱/۱ تمرکز داده‌ها و افراشتگی آن‌ها افزایش می‌یابد. و در سواحل جنوب شامل سواحل شمال تنگه هرمز و بخشی از سواحل بین بندر عباس و بوشهر، قسمت‌هایی از نقاط مرتفع زاگرس بین یاسوج، شهرکرد و شیراز کشیدگی بارش روزانه به بارش متقارن نسبت به دیگر مناطق نزدیک می‌شود و قدر مطلق فراسنج کشیدگی توزیع گاما به ۱ تا ۱/۳ می‌رسد.

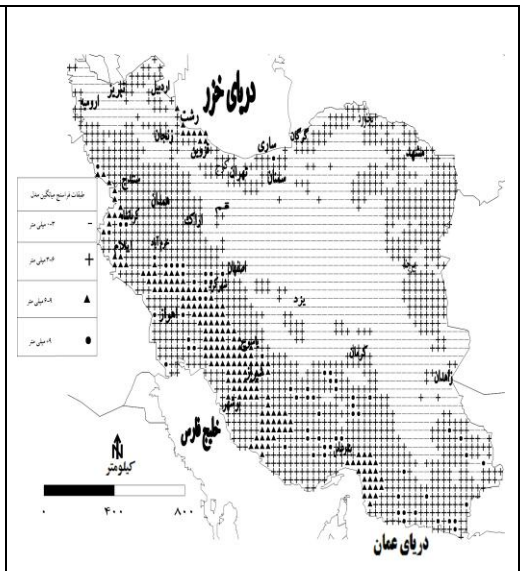
با توجه به شکل ۷ در مناطقی بین فارسان و چل‌گرد در استان چهار محال و بختیاری، ارتفاعات غرب شیراز و یاسوج و سواحل جنوب کشور در شمال تنگه هرمز و یک لکه بین بندرعباس و بوشهر هسته بیشینه فراسنج شکل توزیع در ایران را شکل می‌دهد. در این مناطق منحنی تابع چگالی احتمال توزیع گاما از موقعیت احتمال صفر شروع شده و به سمت مقادیر بالاتر بیشینه بارش خود را دریافت می‌کند این به آن معنی است که در این مناطق احتمال وقوع بیشینه بارش از مقادیر بسیار کم به مقادیر بارش بیش‌تر حرکت کرده است. از ویژگی های مهم بارش روزانه پایگاه داده آفرودیت عدم وجود مناطق با میزان فراسنج شکل بالا می-باشد که حکایت از فاصله زیاد احتمال وقوع بارش با شرایط بهنجار دارد. زیرا محققین معتقدند

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

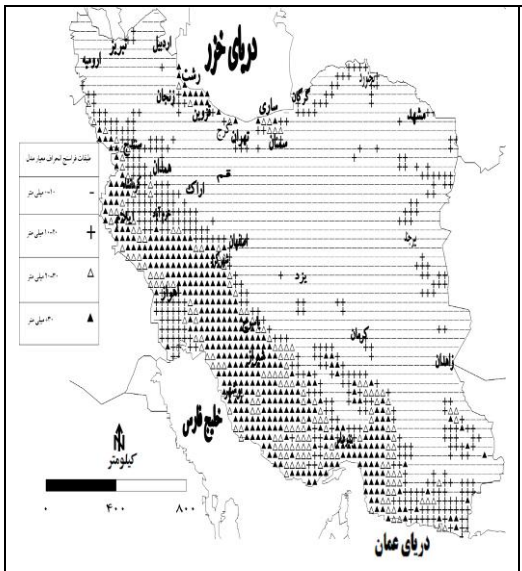
که در صورت وجود فراسنج شکل به میزان زیاد توزیع گاما به توزیع بهنجار استاندارد نزدیک خواهد شد. در حالی‌که در هیچ قسمت از ایران، میزان فراسنج شکل از ۲ میلی‌متر فراتر نرفته است؛ این یافته با محاسبه آماره‌های آزمون کلموگروف- اسمیرنف که برای داده‌ها به دست آمد هم‌خوانی دارد.

فراسنج مقیاس توابع توزیع فراوانی، که برای بارش بر حسب واحد میلی‌متر بیان شده بیان‌گر آن است که در مناطق شمال‌شرق، شمال‌غرب، ایران مرکزی، شرق کشور، جلگه خوزستان و سواحل اطراف چابهار قدر مطلق فراسنج مقیاس بارش روزانه به ۳ تا ۵ میلی‌متر می‌رسد منحنی تابع چگالی احتمال بارش روزانه توزیع گاما در این مناطق از ایران به سمت چپ کشیده شده و از ارتفاع منحنی تابع چگالی احتمال توزیع گاما کاسته می‌شود. با حرکت از ایران مرکزی به سمت ارتفاعات زاگرس و سواحل خلیج فارس و مرزهای غرب کشور بر میزان فراسنج مقیاس افزوده شده و به ۵ تا ۱۰میلی‌متر می‌رسد علاوه بر این مناطق، در سواحل شمال کشور در محدوده رشت و ساری منحنی تابع چگالی احتمال توزیع گامای بارش روزانه نسبت به مناطق قبل به سمت راست کشیده شده و برای حفظ تعادل و تحقق شرط مجموع احتمالات برابر با یک تابع توزیع احتمال هم‌زمان با کشیده شدن تابع چگالی احتمال به سمت راست از ارتفاع تابع چگالی احتمال گاما کاسته شده و منحنی تابع توزیع گاما پهن‌تر می‌شود. در لکه‌هایی پراکنده در روی ارتفاعات زاگرس ، سواحل دریای خزر در جنوب ساری، ارتفاعات اطراف کرمان، اطراف سرباز و بندر چابهار در استان سیستان و بلوچستان فراسنج مقیاس از ۱۰ میلی‌متر فراتر رفته و بیش‌ترین میزان فراسنج مقیاس بارش روزانه در ایران را به خود اختصاص داده است. محدوده این مناطق از پیوستگی برخوردار نیست و به صورت لکه‌های محدودی قابل مشاهده است.

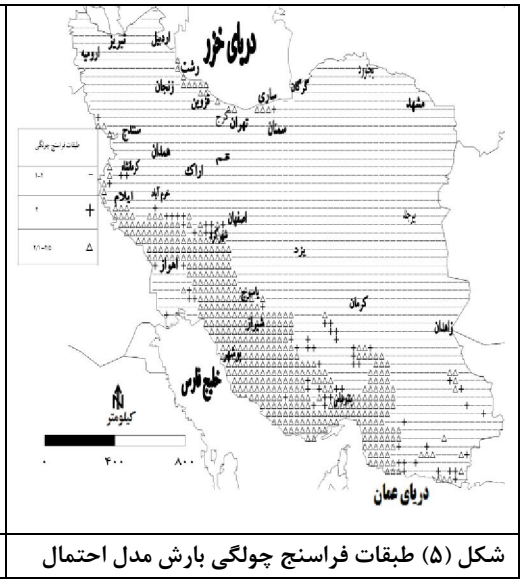
[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]



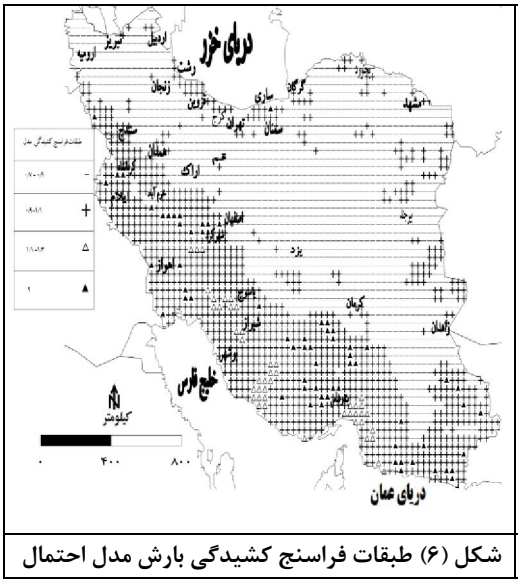
شکل (۳) طبقات فراسنج میانگین بارش مدل احتمال



شکل (۴) طبقات فراسنج انحراف معیار مدل احتمال

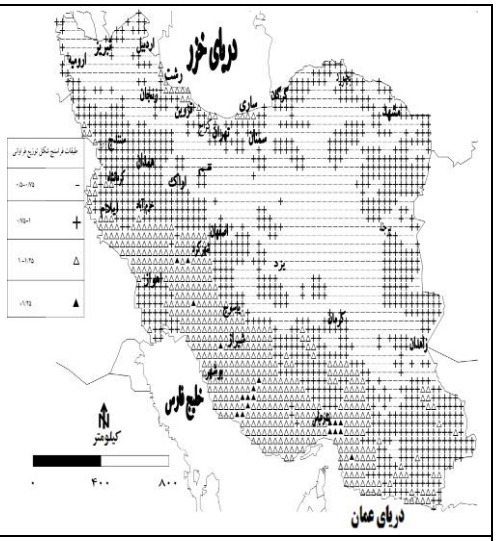


شکل (۵) طبقات فراسنج چولگی بارش مدل احتمال

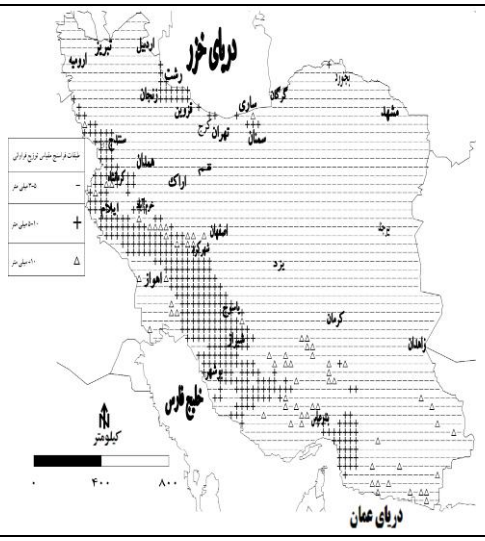


شکل (۶) طبقات فراسنج کشیدگی بارش مدل احتمال

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]



شکل (۷) طبقات فراسنج شکل بارش مدل احتمال



شکل (۸) طبقات فراسنج مقیاس بارش مدل احتمال

نتیجه‌گیری

نتایج برازش توزیع‌های خانواده نرمال و گاما بر داده‌های بارش روزهای بارشی ۲۴۹۱ یاخته پایگاه داده بارش آفرودیت روی ایران حکایت از آن دارد که فقط دو تابع توزیع گامای دو فراسنجی و نمایی توانسته‌اند شرایط آزمون نیکویی را به عنوان برازنده‌ترین توزیع کسب کنند. نگاشت برازنده‌ترین مدل احتمال برازش یافته بر یاخته‌ها نشان می‌دهد که توزیع تجربی بارش در روزهای بارشی مناطق بین حاجی‌آباد هرمزگان تا حاجی‌آباد فارس، شمال چابهار تا مرز ایران و پاکستان در محدوده شهرستان سراوان و لکه‌هایی پراکنده در ارتفاعات زاگرس از تابع توزیع نظری نمایی پیروی می‌کنند. بنابراین بارش این مناطق، چولگی شدید دارد. در مقابل توزیع تجربی بقیه کشور از توزیع گامای دو فراسنجی تبعیت می‌کنند. بنابراین چولگی بارش روزهای بارشی در این مناطق نسبت به مناطق قبلی از چولگی کم‌تری برخوردار است.

وجود میانگین درازمدت بارش روزانه مورد انتظار کم‌تر از ۶ میلی‌متر در شرق، شمال‌شرق، شمال‌غرب و ایران مرکزی نشان دهنده‌ی تأثیرپذیری بارش این مناطق از سامانه‌های کم بارش است. علاوه بر آن، در برخی مناطق کم بارش کشور به طور مثال منطقه کم وسعتی در نزدیکی اهواز با میانگین بارش مورد انتظار نزدیک ۶۰ میلی‌متر، فراسنج میانگین مدل به نظر غیر عادی می‌رسد و آن را بایستی به خطای مدل نسبت داد و در تحلیل بارش این مناطق با فراسنج میانگین برازنده‌ترین توزیع جانب احتیاط را رعایت کرد.

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

محاسبه یک برآورد تقریبی از متوسط فاصله مقادیر بارش روزانه از مقدار امید ریاضی (میانگین) بارش روزانه ایران در مجموع حکایت از تغییرپذیری بالای بارش دارد؛ و این به آن معنی است که در بسیاری از مناطق ایران به همین مقدار کم بارش هم، نمی‌توان همیشه امید داشت. در مناطقی محدود و پراکنده در غرب ایران و در ارتفاعات زاگرس به خصوص در اطراف شهرکرد و خرم‌آباد، مناطق بین شیراز، بندرعباس و کرمان بیشینه نوسان در بارش و عدم اطمینان به متوسط بارش به چشم می‌خورد.

عدم وجود مناطق با مقدار فراسنج شکل بالا در ایران (شکل ۷) حکایت از فاصله زیاد احتمال وقوع بارش با شرایط بهنجار دارد. زیرا محققین معتقدند اگر مقدار عددی فراسنج شکل زیاد باشد توزیع داده‌ها از توزیع گاما فاصله گرفته و به توزیع بهنجار استاندارد نزدیک خواهد شد. در حالی‌که در هیچ قسمت از ایران، مقدار فراسنج شکل از ۲ میلی‌متر فراتر نرفته است؛ این یافته با محاسبه آماره‌های آزمون کلموگروف- اسمیرنف جدول ۱ که فاصله زیاد توزیع داده‌ها با توزیع بهنجار را تأیید می‌کرد هم‌خوانی دارد.

منابع و ماخذ

۱. تقوی، فرحناز، محمدی، حسین (۱۳۸۶) **بررسی دوره بازگشت رویدادهای اقلیمی حدی به منظورشناخت پیامدهای زیست محیطی**، محیط شناسی، شماره۴۳،۲۰-۱۱

۲. راماچاندرا رائو، آ، حامد، خالد ح. ترجمه سید سعید اسلامیان و سعید سلطانی (۱۳۸۱)، **تحلیل فراوانی سیل**، انتشارات ارکان

۳. رحیم‌زاده، فاطمه(۱۳۹۰) **روش‌های آماری در مطالعات هواشناسی و اقلیم‌شناسی**، انتشارات حسینی، چاپ نخست

۴. عساکره، حسین (۱۳۹۰) **مبانی اقلیم‌شناسی آماری**، انتشارات دانشگاه زنجان، چاپ نخست

۵. عساکره، حسین (۱۳۹۱) **تغییر توزیع فراوانی بارش‌های فرین شهر زنجان**، مجله جغرافیا و برنامه‌ریزی محیطی، شماره‌ی ۴۵، ۶۶-۵۱

۶. عسکری، احمد، رحیم زاده، فاطمه، محمدیان، نوشین، فتاحی، ابراهیم (۱۳۸۶) **تحلیل روند نمایه های بارش های حدی در ایران**، پژوهش‌های منابع آب ایران، جلد۵۵،۹-۴۲

- علیزاده، امین(۱۳۹۰) **اصول هیدرولوژی کاربردی**، مشهد، انتشارات دانشگاه امام رضا

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

۷. مسعودیان، سید ابوالفضل(۱۳۹۰) **اقلیم‌شناسی ایران**، اصفهان، انتشارات دانشگاه اصفهان، چاپ دوم

۸. نصرآبادی، اسماعیل (۱۳۹۱) **واکاوی تغییرات توزیع فراوانی بارش‌های روزانه‌ی ایران**، پایان نامه دوره دکترا، دانشکده جغرافیا، دانشگاه اصفهان

Asakereh, H., (2008) ***The changes of precipitation frequency distribution in Iran*****,** Journal of Humanities , University of Isfahan, 30(2), 81-90.

Ben-Gai T., A. Bitan, A. Manes, P. Alpert, and S. Rubin., (1998) ***Spatial and temporal changes in rainfall frequency distribution patterns in Israel***. Theoretical Applied Climatology, 61, 177-190.

Dahamsheh, A. and Aksoy, H. (2006) ***Structural characteristics of annual precipitation data in Jordan***, Theor. Appl. Climatol., DOI 10.1007/s00704-006-0247-3.

Groisman.Pavel,Ya.,Karl.Thomas. R., Easterling .David. R., Knight. Richard.W.,amason.Paul.F.,Hennessy.Kevin.J.,Suppiah.Ramasamy,page.Cher.M.,Wibig.Joanna,Fortuniak.Fortuniak.Krzysztof,Ra,zuvaev.Vyacheslav.N,Douglas.Arthur Frland.Erik and Zhai.Pan- Hennessey, K.J., Gregory, J.M.,Mitchell, J.F.B., (1999) ***Change in the probability of heavy precipitation: important indicators of climatic change***, climatic change 42,243-283.

Hanson, L.S. and Vogel, R., (2009) ***The probability distribution of daily rainfall in the United States***, Dept. of Civil and Environmental. Engineering, Tufts Univ., Medford, MA 02155.

Kunkel .Kenneth. E., (2003) ***North American trends in extreme precipitation***, Natural Hazards, 29: 291- 305.

Kunkel.Kenneth and Andsager., (1999) ***Long term trends in extreme precipitation events over the conterminous United States and Canada***. Journal of Climate, Vol.12, 2516-2527

Mahdavi, M., Osati, Kh., Sadeghi, S.A.N., Karimi, B., and Mobaraki, j., (2010) ***Determining suitable probability distribution models for***

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

annual precipitation data (a case study of Mazandaran and Golestan provinces), Journal of Sustainable Development, Vol 3(1), 159-168.

Shabri, A., and Ariff, N.M., (2009) ***Frequency analysis of maximum daily rainfalls via L-moment approach***. Sains Malaysiana 38(2), 149–158.

Wakazuki ,Y.,(2011) ***New distribution functions for hourly and daily precipitation intensities during the snowless season in Japan***, Journal of the Meteorological Society of Japan, Vol. 89, No. 1, 29–45.

Wilks, D. S., (2006) ***Statistical methods in the atmospheric sciences,*** Second Edition, Academic Press. Elsevier Inc.U.S.A., 627.

Yurekli, K., Kurunc, A. and Gul, S., (2005) ***Frequency analysis of low series from cekerek stream basin***, tarim bilimleri dergisi, 11 (1), 72-77.

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2026-10-30]