

## سرعت و استهلاک امواج فشاری در محیط زمین‌ساختی با الگوی اشباع تکه‌ای

\* حسن قاسم‌زاده، امیرعلی ابونوری؛

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

پذیرش ۹۱/۱۰/۱۳

تاریخ: دریافت ۹۱/۱/۲۹

### چکیده

از ویژگی‌های بسیار مهم امواج تنش منتشر شده در محیط زمین‌ساختی، سرعت و استهلاک امواج است. با استفاده از این ویژگی‌ها می‌توان اطلاعات بسیار مفیدی راجع به خصوصیات مواد زمین‌ساختی متخلخل مانند سنگ و خاک و همچنین سیال موجود در حفرات به دست آورد. نکته حایز اهمیت در به دست آوردن این اطلاعات، برقراری ارتباط دقیق میان ویژگی‌های امواج به دست آمده از پژوهش‌های محلی با خصوصیات فیزیکی اسکلت محیط متخلخل و سیال‌های اشباع‌کننده حفره‌ها است. سیال‌های موجود در حفره‌ها و همچنین ناهمگنی ایجاد شده به سبب نحوه توزیع سیال‌های اشباع‌کننده محیط از جمله موارد تأثیرگذار بر سرعت و استهلاک امواج هستند. تکه‌ای بودن الگوی اشباع‌شدگی که در مقیاسی بزرگ‌تر از اندازه دانه‌ها اما کوچک‌تر از طول موج اتفاق می‌افتد، از مواردی است که سبب به وجود آمدن ناهمگنی در توزیع سیال درون محیط متخلخل می‌شود که اثر آن بر روی تغییرات سرعت و استهلاک امواج فشاری در تحقیق حاضر بررسی می‌شود. لازم به ذکر است که به منظور بررسی هرچه دقیق‌تر استهلاک امواج از دو سازوکار استهلاک شامل استهلاک ناشی از حرکت نسبی سیال حفره‌ای با فاز جامد و استهلاک ناشی از تماس بین دانه‌های محیط متخلخل بهره برده می‌شود. نتایج تحقیق حاضر نشان می‌دهد در فرکانس‌های بالا استهلاک ناشی از جریان سیال بیش‌تر از استهلاک حاصل از تماس بین دانه‌ای است.

واژه‌های کلیدی: امواج فشاری، استهلاک، سرعت، اشباع تکه‌ای، ناهمگنی، محیط متخلخل

\* نویسنده مسئول ghasemzadeh@kntu.ac.ir

### مقدمه

درک فیزیک انتشار موج در محیط‌های متخلخل مانند سنگ و خاک در بسیاری از شاخه‌های علم اهمیت ویژه‌ای دارد. شناسایی لایه‌های نفت و گاز با استفاده از امواج لرزه‌ای، حفرگمانه و چاه‌نگاری با امواج لرزه‌ای به‌منظور کسب اطلاعات در مورد نفوذپذیری و تخلخل، شناسایی‌های گوناگون تحت‌الارضی برای پی‌بردن به خصوصیات فیزیکی سنگ و خاک، اکتشاف مخازن زیرزمینی و شناسایی ساختار بستر اقیانوس‌ها از جمله نمونه‌های فراوان کاربرد انتشار امواج در شاخه‌های مختلف علوم زمین است. بسیاری از مواد متخلخل تشکیل‌دهنده زمین از جمله سنگ و خاک دارای ناهمگنی در خصوصیات فیزیکی خود است که مقیاس اندازه اکثر آن‌ها بزرگ‌تر از اندازه دانه‌های تشکیل‌دهنده محیط متخلخل اما کوچک‌تر از طول موج بررسی شده هستند. به‌عنوان مثال، اندازه دانه‌های ماسه سنگ یا ماسه که غالباً از جنس کوارتز هستند در محدوده‌ای برابر با  $10^{-4}$  تا  $10^{-3}$  متر قرار می‌گیرند و طول موج استفاده شده برای انجام پژوهش‌های تحت‌الارضی و لرزه‌ای نیز معمولاً بین  $0/1$  تا  $100$  متر است. بنا بر این، مقیاس بسیاری از این ناهمگنی‌ها امکان دارد بزرگ‌تر از اندازه دانه‌ها اما کوچک‌تر از طول موج مورد نظر باشد. به این مقیاس از ناهمگنی، مقیاس مزوسکوپیک اطلاق می‌شود [۱].

پژوهش‌های علمی و آزمایشگاهی چشم‌گیری نیز در سال‌های اخیر به‌منظور بررسی تأثیر ناهمگنی‌های با مقیاس مزوسکوپیک بر انتشار و استهلاك امواج صورت گرفته است که برای نمونه می‌توان به [۲]، [۳] و [۴] مراجعه کرد. ناهمگنی‌های ذکر شده می‌توانند به‌علت تغییرات در مدول بالک یا چگالی محیط، تغییرات در نفوذپذیری و یا به‌علت تغییرات در خصوصیات سیالی باشند که محیط با آن اشباع می‌شود. تغییرات در خصوصیات سیال می‌تواند در عمل به‌این صورت باشد که یک سیال با سیال دیگری احاطه شده و یا یک لنز از سیال به‌صورت لایه‌های متناوب درون سیال دیگری وجود داشته باشد که این نوع الگوی اشباع‌شدگی را اشباع تکه‌ای می‌نامند که در این پژوهش به آن پرداخته می‌شود. عبور امواج فشاری و ناهمگنی ناشی از اشباع‌شدگی تکه‌ای باعث به‌وجود آمدن جریان محلی سیال و حرکت نسبی سیال با فاز جامد محیط متخلخل می‌شود که در نهایت سبب استهلاك ذاتی موج می‌شود. منظور از استهلاك

ذاتی کاسته شدن از دامنه موج به علت تبدیل انرژی آن به گرما است. به منظور انجام پژوهش‌های نظری اغلب برای مدل کردن ناهمگنی‌های ایجاد شده با سیال از مدل وایت [۵] استفاده می‌شود. در این مدل فرض می‌شود که ناهمگنی‌ها به صورت متناوب و لایه‌ای در محیط متخلخل پخش شده‌اند. وگلار و اسمولدرز [۶] توانستند برای اولین بار نظریه وایت را به حالتی بسط دهند که برای تمامی فرکانس‌ها معتبر باشد. در تحقیق حاضر به نحوی مشابه با مرجع [۶] نظریه وایت [۵] به حالت تمام فرکانس بسط داده می‌شود. دقت شود که استهلاك موج به دست آمده از نظریه وایت تنها ناشی از حرکت نسبی فاز سیال با دیواره حفره‌ها موجود در اسکلت محیط متخلخل است اما سازوکارهای دیگری نیز سبب از دست رفتن انرژی امواج می‌شوند. از مهم‌ترین آن‌ها، استهلاك ذاتی ایجاد شده ناشی از انرژی کرنشی قسمت جامد محیط متخلخل یا اصطکاک بین دانه‌های جامد است که در این پژوهش با معرفی تأثیرات ویسکوالاستیسیته، روابط به حالتی بسط داده می‌شوند که استهلاك ناشی از انرژی کرنشی قسمت جامد محیط نیز در نظر گرفته شود.

### معادله‌های حاکم

می‌توان روابط تنش-کرنش در محیط متخلخل اشباع [۷] را برای حالت یک بعدی و برحسب

$$\text{تنش کل } \sigma_{tot}, \text{ فشار سیال حفره‌ای } p \text{ و تخلخل } \phi \text{ بدین صورت بازنویسی کرد:} \quad (1)$$

$$\sigma_{tot} = (P+Q)\partial_x u_s + (Q+R)\partial_x u_f$$

$$-p = \frac{Q}{\phi} \nabla \cdot u_s + \frac{R}{\phi} \nabla \cdot u_f \quad (2)$$

که در آن  $u_s$  و  $u_f$  به ترتیب جابه‌جایی فاز جامد و سیال است. پارامترهای  $P$ ،  $Q$  و  $R$  را می‌توان با در نظر گرفتن میرایی هیستریزیس  $\xi_s$  و با استفاده از مدول لامه مختلط  $K_m^* = K_m(1+i2\xi_s)$  و مدول برشی مختلط  $\mu_m^* = \mu_m(1+i2\xi_s)$  بدین صورت بازنویسی

کرد تا اثرهای رفتار ویسکوالاستیسیته مربوط به فاز جامد در معادله‌های دیده شود:

$$P = \frac{K_s(1-\phi)S + TK_s(1-\phi-S)}{S+T} + \frac{4\mu_m(1+i2\xi_s)}{3} \quad (3)$$

$$Q = \frac{SK_s\phi}{S+T} \quad (4)$$

$$R = \frac{K_s \phi^2}{S + T} \quad (5)$$

$$S = 1 - \phi - \frac{(1 + 2i\xi_s)(K_m)}{K_s} \quad (6)$$

$$T = \frac{\phi K_s}{K_f} \quad (7)$$

که در آن  $K_m$  مدول بالک اسکلت جامد،  $K_f$  مدول بالک سیال،  $K_s$  مدول بالک دانه‌های جامد،  $\mu_m$  مدول برشی اسکلت جامد هستند. با صرف نظر کردن از میرایی هیستریزیس ( $\xi_s = 0$ )، پارامترهای  $P$ ،  $Q$  و  $R$  کاملاً با مراجع [۶] و [۷] یکسان خواهند شد.

با فرض پتانسیل  $\Phi$  برای جابه‌جایی فاز جامد می‌توان نوشت:

$$u_s = \partial \Phi / \partial x \quad (8)$$

با توجه به رابطه مذکور و معرفی نسبت دامنه جابه‌جایی سیال به جامد  $\gamma_j$  [۷]، روابط (۱) و (۲) به ترتیب بدین صورت نوشته می‌شوند:

$$\sigma_{tot} = (P + Q + \gamma_1(Q + R)) \left( \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} \right) + (P + Q + \gamma_2(Q + R)) \left( \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} \right) \quad (9)$$

$$-p = \left( \frac{Q}{\phi} + \gamma_1 \frac{R}{\phi} \right) \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + \left( \frac{Q}{\phi} + \gamma_2 \frac{R}{\phi} \right) \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} \quad (10)$$

که در آن اندیس‌های ۱ و ۲ به ترتیب نشان‌دهنده موج فشاری نوع اول و نوع دوم هستند. نسبت دامنه جابه‌جایی سیال به جامد  $\gamma_j$  از این رابطه حاصل می‌گردد [۷]:

$$\gamma_j = \frac{\hat{\rho}_{11} c_j^2 - P}{Q - \hat{\rho}_{12} c_j^2}, \quad j = 1, 2 \quad (11)$$

در عبارت  $c_j$ ، اگر  $p_1 = j$  باشد سرعت مختلط موج فشاری نوع اول (هم‌فاز بودن قسمت جامد و سیال) و اگر  $p_2 = j$  باشد سرعت مختلط موج فشاری نوع دوم (غیرهم‌فاز بودن قسمت جامد و سیال) بدین صورت به دست می‌آیند:

$$c_{p1} = \pm \left( \frac{(r_2^2 - 4r_1 r_3)^{0.5} + r_2}{2r_1} \right)^{0.5} \quad (12)$$

$$c_{p2} = \pm \left( \frac{(r_2^2 - 4r_1 r_3)^{0.5} - r_2}{2r_1} \right)^{0.5} \quad (13)$$

علامت  $\pm$  نشان‌دهنده سوی انتشار موج است. پارامترهای موجود در روابط (۱۲) و (۱۳) بدین صورت تعریف می‌شوند:

$$r_1 = (PR - Q^2) \quad (14)$$

$$r_2 = (P\hat{\rho}_{22} + R\hat{\rho}_{11} - 2Q\hat{\rho}_{12}) \quad (15)$$

$$r_3 = \hat{\rho}_{11}\hat{\rho}_{22} - \hat{\rho}_{12}^2 \quad (16)$$

پارامترهای جرم مؤثر  $\hat{\rho}_{11}$ ،  $\hat{\rho}_{22}$  و  $\hat{\rho}_{12}$  نیز طبق این روابط به دست می‌آیند:

$$\hat{\rho}_{11} = (1 - \phi)\rho_s + (\tau - 1)\phi\rho_f - i\hat{b}\omega^{-1} \quad (17)$$

$$\hat{\rho}_{22} = \phi\rho_f + (\tau - 1)\phi\rho_f - i\hat{b}\omega^{-1} \quad (18)$$

$$\hat{\rho}_{12} = -(\tau - 1)\phi\rho_f + i\hat{b}\omega^{-1} \quad (19)$$

به طوری که:

$$\hat{b} = \frac{\eta\phi^2}{k_0} \left(1 + i\frac{\omega}{2\omega_c}\right)^2 \quad (20)$$

که در آن:

$$\omega_c = \frac{\eta\phi}{\tau\rho_f k_0} \quad (21)$$

در روابط مذکور  $k_0$  نفوذپذیری ذاتی محیط متخلخل،  $\eta$  ویسکوزیته دینامیکی سیال،  $\rho_s$  چگالی دانه‌های جامد،  $\rho_f$  چگالی سیال و  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای هستند. کمیت بی بعد  $\tau$  نیز که پارامتر انحنا نام دارد با استفاده از رابطه  $\tau = 1 - 0.5(1 - 1/\phi)$  قابل محاسبه است [۸]. در حقیقت پارامتر انحنا جرم اضافه شده ناشی از انحنا دار بودن جریان سیال را در نظر می‌گیرد. لازم به ذکر است که روابط (۱۲) و (۱۳) به دست آمده در محدوده فرکانس‌های کم و محدوده فرکانس‌های زیاد که به ترتیب اثرات ویسکوز و اینرسی بر سیال حاکم است، معتبر است. در نتیجه می‌توان بدون محدودیت در فرکانس اعمالی به بررسی خصوصیات انتشار امواج پرداخت.

تعریف جابه‌جایی نسبی دو فاز  $\bar{w}$  نیز با توجه به (۱۰) و (۱۱) بدین صورت نیز سودمند است:

$$\bar{w} = \phi(u_f - u_s) = \phi \left( (\gamma_1 - 1) \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + (\gamma_2 - 1) \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \right) \quad (22)$$

حال این روابط برای پتانسیل‌ها بدین صورت معرفی می‌شوند:

$$\Phi_1 = A_1^+ \exp(-ik_1x) + A_1^- \exp(ik_1x) \quad (23)$$

$$\Phi_2 = A_2^+ \exp(-ik_2x) + A_2^- \exp(ik_2x) \quad (24)$$

که در آن  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای،  $k_j = \omega/c_j$  عدد موج و  $i = \sqrt{-1}$  است. ضرایب  $A_1^\pm$  و  $A_2^\pm$  با توجه به شرایط مرزی به دست می‌آیند. با جای‌گذاری روابط (۲۳) و (۲۴) در معادله‌های (۹)، (۱۰) و (۲۲) متغیرهای میدانی زیر حاصل می‌شوند:

$$\sigma_{tot}(x) = -\lambda_1 k_1^2 (P_1 \cos k_1 x - iN_1 \sin k_1 x) - \lambda_2 k_2^2 (P_2 \cos k_2 x - iN_2 \sin k_2 x) \quad (25)$$

$$-p(x) = -C_1 k_1^2 (P_1 \cos k_1 x - iN_1 \sin k_1 x) - C_2 k_2^2 (P_2 \cos k_2 x - iN_2 \sin k_2 x) \quad (26)$$

$$u_s(x) = -ik_1 (-iP_1 \sin k_1 x + N_1 \cos k_1 x) - ik_2 (-iP_2 \sin k_2 x + N_2 \cos k_2 x) \quad (27)$$

$$\bar{w}(x) = -ik_1 \chi_1 (-iP_1 \sin k_1 x + N_1 \cos k_1 x) - ik_2 \chi_2 (-iP_2 \sin k_2 x + N_2 \cos k_2 x) \quad (28)$$

که در آن‌ها:

$$P_1 = A_1^+ + A_1^- \quad (29)$$

$$P_2 = A_2^+ + A_2^- \quad (30)$$

$$N_1 = A_1^+ - A_1^- \quad (31)$$

$$N_2 = A_2^+ - A_2^- \quad (32)$$

$$\lambda_j = F + Q + \gamma_j(Q + R), \quad j=1, 2 \quad (33)$$

$$C_j = \frac{Q}{\phi} + \gamma_j \frac{R}{\phi}, \quad j=1, 2 \quad (34)$$

$$\chi_j = \phi(\gamma_j - 1), \quad j=1, 2 \quad (35)$$

### تعریف مسئله

یک ناحیه متخلخل با لایه‌های متناوب اشباع شده به صورت تکه‌ای از دو سیال متفاوت را مطابق شکل ۱ در نظر بگیرید. حال یک المان معرف فرض می‌کنیم به نحوی که بالای این المان در وسط لایه  $a$  با موقعیت  $x = -L_a$  و پایین آن در وسط لایه  $b$  با موقعیت  $x = L_b$  قرار بگیرد و  $L_a + L_b = L$ . گذر موج هارمونیک فشاری عمود بر لایه سبب انبساط و انقباض

لایه می‌شود. فشار خارجی  $p_0$  وارد بر بالا و پایین نمونه سبب ایجاد کرنش  $\varepsilon$  می‌شود. نسبت این فشار به کرنش ایجاد شده مدول مختلط موج  $H$  نامیده می‌شود [۵] و بدین صورت تعریف می‌گردد:

$$H = -\frac{P_0}{\varepsilon} \quad (36)$$

با استفاده از مدول فوق، عدد موج مؤثر  $k_e$  بر حسب چگالی مؤثر محیط بدین صورت تعریف می‌گردد:

$$k_e = \omega \left( \frac{\rho_e}{H} \right)^{0.5} \quad (37)$$

$$\rho_e = \frac{L_a}{L} \rho_a + \frac{L_b}{L} \rho_b \quad (38)$$

که در آن‌ها  $\rho_a$  و  $\rho_b$  چگالی لایه‌های  $a$  و  $b$  هستند و بر حسب چگالی قسمت جامد، چگالی سیال و هم‌چنین تخلخل هر لایه بدین صورت تعریف می‌گردند:

$$\rho_a = (1 - \phi_a) \rho_{sa} + \phi_a \rho_{fa} \quad (39)$$

$$\rho_b = (1 - \phi_b) \rho_{sb} + \phi_b \rho_{fb} \quad (40)$$

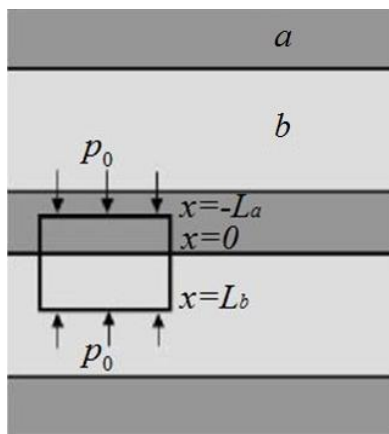
دقت شود همه پارامترهایی که دارای اندیس دو حرفی هستند، حرف دوم اندیس لایه را نشان می‌دهد. بنا بر این برای مثال چگالی دانه‌های جامد در لایه  $a$   $\rho_{fa}$  چگالی سیال لایه  $b$   $\rho_{fb}$  است.

در چنین محیطی سرعت مؤثر موج  $c_e$  با توجه به عدد موج مؤثر  $k_e$  بدین صورت به دست می‌آید:

$$c_e = \frac{\omega}{\text{Re}(k_e)} \quad (41)$$

استهلاك ذاتی مؤثر انرژی موج نیز با پارامتر بی‌بعد  $Q_e^{-1}$  به دست می‌آید:

$$Q_e^{-1} = 2 \frac{\text{Im}(k_e)}{\text{Re}(k_e)} \quad (42)$$



شکل ۱. هندسه مدل اشباع تکه‌ای

شرایط مرزی برای مسئله تعریف شده شامل معادلات برای ارضای تنش کل، فشارهای سیال و جابه‌جایی‌ها در مرز مشترک لایه‌ها و در بالا و پایین المان معرف هستند [۶] و [۹]. اگر فرض کنیم در مرز مشترک لایه‌ها جدایی اتفاق نمی‌افتد، پیوستگی فشار حفره‌ای و پیوستگی

تنش کل در مرز مشترک لایه‌های  $a$  و  $b$  بدین صورت تعریف می‌شود:

$$[p]_a = [p]_b, \quad x = 0 \quad (۴۳)$$

$$[\sigma_{tot}]_a = [\sigma_{tot}]_b, \quad x = 0 \quad (۴۴)$$

پس با استفاده از روابط مذکور و با توجه به روابط (۲۵) و (۲۶) داریم:

$$[\lambda_1 k_1^2 P_1 + \lambda_2 k_2^2 P_2]_a = [\lambda_1 k_1^2 P_1 + \lambda_2 k_2^2 P_2]_b \quad (۴۵)$$

$$[C_1 k_1^2 P_1 + C_2 k_2^2 P_2]_a = [C_1 k_1^2 P_1 + C_2 k_2^2 P_2]_b \quad (۴۶)$$

شرایط مرزی بعدی، پیوستگی جابه‌جایی فاز جامد و جابه‌جایی نسبی در مرز مشترک بین

لایه‌های  $a$  و  $b$  است:

$$[u_s]_a = [u_s]_b, \quad x = 0 \quad (۴۷)$$

$$[\bar{w}]_a = [\bar{w}]_b, \quad x = 0 \quad (۴۸)$$

که با استفاده از روابط (۲۷) و (۲۸) نتیجه خواهد داد:

$$[k_1 N_1 + k_2 N_2]_a = [k_1 N_1 + k_2 N_2]_b \quad (۴۹)$$

$$[\chi_1 k_1 N_1 + \chi_2 k_2 N_2]_a = [\chi_1 k_1 N_1 + \chi_2 k_2 N_2]_b \quad (۵۰)$$

هم‌چنین با توجه به پیوستگی تنش کل در بالا و پایین المان، این شرایط مرزی را داریم:

$$[\sigma_{tot}]_a = -p_0, \quad x = -L_a \quad (51)$$

$$[\sigma_{tot}]_b = -p_0, \quad x = L_b \quad (52)$$

که با توجه به (۲۶) نتیجه خواهد داد:

$$p_0 = [\lambda_1 k_1^2]_a (P_{1a} \cos \alpha_1 + iN_{1a} \sin \alpha_1) + [\lambda_2 k_2^2]_a (P_{2a} \cos \alpha_2 + iN_{2a} \sin \alpha_2) \quad (53)$$

$$p_0 = [\lambda_1 k_1^2]_b (P_{1b} \cos \beta_1 - iN_{1b} \sin \beta_1) + [\lambda_2 k_2^2]_b (P_{2b} \cos \beta_2 - iN_{2b} \sin \beta_2) \quad (54)$$

که در آن  $\beta_j = k_{jb} L_b$  و  $\alpha_j = k_{ja} L_a$ .

در نهایت جابه‌جایی نسبی در بالا و پایین المان معرف برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود، پس

داریم:

$$[\tilde{w}]_a = 0, \quad x = -L_a \quad (55)$$

$$[\tilde{w}]_b = 0, \quad x = L_b \quad (56)$$

بنا بر این با استفاده از رابطه (۲۸) حاصل خواهد شد:

$$\chi_{1a} k_{1a} (iP_{1a} \sin \alpha_1 + N_{1a} \cos \alpha_1) + \chi_{2a} k_{2a} (iP_{2a} \sin \alpha_2 + N_{2a} \cos \alpha_2) = 0 \quad (57)$$

$$\chi_{1b} k_{1b} (-iP_{1b} \sin \beta_1 + N_{1b} \cos \beta_1) + \chi_{2b} k_{2b} (-iP_{2b} \sin \beta_2 + N_{2b} \cos \beta_2) = 0 \quad (58)$$

با استفاده از هشت معادله (۴۵)، (۴۶)، (۴۹)، (۵۰)، (۵۳)، (۵۴)، (۵۷) و (۵۸) می‌توان هشت

مجهول  $\tilde{y}^T = \{P_{1a}, N_{1a}, P_{2a}, N_{2a}, P_{1b}, N_{1b}, P_{2b}, N_{2b}\}$  را به‌دست آورد. برای سادگی تمامی

مجهول‌های لایه  $b$  را برحسب لایه  $a$  بیان می‌گردد. پس با کاهش مجهول‌ها، تنها چهار

مجهول  $\tilde{y}_r^T = \{P_{1a}, N_{1a}, P_{2a}, N_{2a}\}$  باقی می‌ماند. با توجه به روابط (۴۵) و (۴۶) داریم:

$$P_{1b} = P_{1a} \left( \frac{k_{1a}}{k_{1b}} \right)^2 \frac{C_{2b} \lambda_{1a} - C_{1a} \lambda_{2b}}{C_{2b} \lambda_{1b} - C_{1b} \lambda_{2b}} + P_{2a} \left( \frac{k_{2a}}{k_{1b}} \right)^2 \frac{C_{2b} \lambda_{2a} - C_{2a} \lambda_{2b}}{C_{2b} \lambda_{1b} - C_{1b} \lambda_{2b}} = p_{11} P_{1a} + p_{12} P_{2a} \quad (59)$$

$$P_{2b} = P_{1a} \left( \frac{k_{1a}}{k_{2b}} \right)^2 \frac{C_{1a} \lambda_{1a} - C_{1b} \lambda_{1a}}{C_{2b} \lambda_{1b} - C_{1b} \lambda_{2b}} + P_{2a} \left( \frac{k_{2a}}{k_{2b}} \right)^2 \frac{C_{2a} \lambda_{1b} - C_{1b} \lambda_{2a}}{C_{2b} \lambda_{1b} - C_{1b} \lambda_{2b}} = p_{11} P_{1a} + p_{12} P_{2a} \quad (60)$$

با توجه به روابط (۴۹) و (۵۰) داریم:

$$N_{1b} = N_{1a} \frac{k_{1a}}{k_{1b}} \frac{\chi_{2b} - \chi_{1a}}{\chi_{2b} - \chi_{1b}} + N_{2a} \frac{k_{2a}}{k_{1b}} \frac{\chi_{2b} - \chi_{2a}}{\chi_{2b} - \chi_{1b}} = n_{11} N_{1a} + n_{12} N_{2a} \quad (61)$$

$$N_{2b} = N_{1a} \frac{k_{1a}}{k_{2b}} \frac{\chi_{1a} - \chi_{1b}}{\chi_{2b} - \chi_{1b}} + N_{2a} \frac{k_{2a}}{k_{2b}} \frac{\chi_{2a} - \chi_{1b}}{\chi_{2b} - \chi_{1b}} = n_{21} N_{1a} + n_{22} N_{2a} \quad (62)$$

با جای‌گذاری (۵۹) تا (۶۲) در (۵۴) و (۵۸) به‌ترتیب داریم:

$$P_{1a} [p_{11} \lambda_{1b} k_{1b}^2 \cos \beta_1 + p_{21} \lambda_{2b} k_{2b}^2 \cos \beta_2] - i N_{1a} [n_{11} \lambda_{1b} k_{1b}^2 \sin \beta_1 + n_{21} \lambda_{2b} k_{2b}^2 \sin \beta_2] \\ + P_{2a} [p_{12} \lambda_{1b} k_{1b}^2 \cos \beta_1 + p_{22} \lambda_{2b} k_{2b}^2 \cos \beta_2] - i N_{2a} [n_{12} \lambda_{1b} k_{1b}^2 \sin \beta_1 + n_{22} \lambda_{2b} k_{2b}^2 \sin \beta_2] = p_0 \quad (63)$$

$$-i P_{1a} [p_{11} \lambda_{1b} k_{1b} \sin \beta_1 + p_{21} \lambda_{2b} k_{2b} \sin \beta_2] + N_{1a} [n_{11} \chi_{1b} k_{1b}^2 \cos \beta_1 + n_{21} \chi_{2b} k_{2b} \cos \beta_2] \\ -i P_{2a} [p_{12} \lambda_{1b} k_{1b} \sin \beta_1 + p_{22} \lambda_{2b} k_{2b} \sin \beta_2] + N_{2a} [n_{12} \chi_{1b} k_{1b}^2 \cos \beta_1 + n_{22} \chi_{2b} k_{2b} \cos \beta_2] = 0$$
 حال با نوشتن روابط (۵۳)، (۵۷)، (۶۳) و (۶۴) به‌فرم  $G \tilde{y}_r^T = \{p_0, p_0, 0, 0\}^T$ ، المان‌های ماتریس  $G$  به‌دست می‌آیند که مقادیر آن در پیوست ۱ قابل مشاهده است. با توجه به مجهول‌های  $ihd$  به‌دست آمده فوق، جابه‌جایی‌های  $u_{sb}$  و  $u_{sa}$  در مرزهای  $x = L_b$  و  $x = -L_a$  را می‌توان بدین‌صورت به‌دست آورد:

$$u_{sa} = -ik_{1a} [iP_{1a} \sin \alpha_1 + N_{1a} \cos \alpha_1] - ik_{2a} [iP_{2a} \sin \alpha_2 + N_{2a} \cos \alpha_2] \quad (65)$$

$$u_{sb} = -ik_{1b} [-iP_{1b} \sin \beta_1 + N_{1b} \cos \beta_1] - ik_{2b} [-iP_{2b} \sin \beta_2 + N_{2b} \cos \beta_2] \quad (66)$$

با استفاده از جابه‌جایی‌های فوق می‌توان کرنش المان در نظر گرفته شده یعنی  $\varepsilon = (u_b - u_a)/L$  را به‌سادگی محاسبه کرد. در نهایت نیز طبق روابط (۳۶)، (۳۷)، (۴۱) و (۴۲) سرعت مؤثر و استهلاك ذاتی مؤثر قابل محاسبه هستند.

### بررسی تأثیر اشباع تکه‌ای بر سرعت و استهلاك

در این بخش به بررسی عددی تأثیر الگوی اشباع تکه‌ای بر سرعت مؤثر و استهلاك ذاتی مؤثر پرداخته می‌شود. به‌این منظور ماسه سنگ با مشخصات ارائه شده در جدول ۱ را به‌عنوان محیط متخلخل در نظر می‌گیریم. فرض می‌شود که خصوصیات اسکلت جامد هر دو لایه  $a$  و  $b$  یکسان است. از آب و گاز نیز به‌عنوان سیال‌های مورد نظر با خصوصیات ارائه شده در جدول ۲ در بررسی‌ها استفاده می‌شود. هم‌چنین فرض می‌شود اندازه کل المان در نظر گرفته

شده برابر با  $L = 0/25 \text{ m}$  است. طول اشباع شده با آب با  $L_a$  و طول اشباع شده از سیال دوم با  $L_b$  نشان داده می‌شود.

جدول ۱. خصوصیات ماسه سنگ [۱۰]

نمونه متخلخل	$\phi$	$k_0, \text{m}^2$	$K_m, \text{GPa}$	$\mu_m, \text{GPa}$	$\rho_s, \text{kg m}^{-3}$	$K_s, \text{GPa}$
ماسه سنگ	۰/۲۳	$9 \times 10^{-13}$	۱/۰۲۱	۱/۴۴۱	۲۶۵۰	۳۵

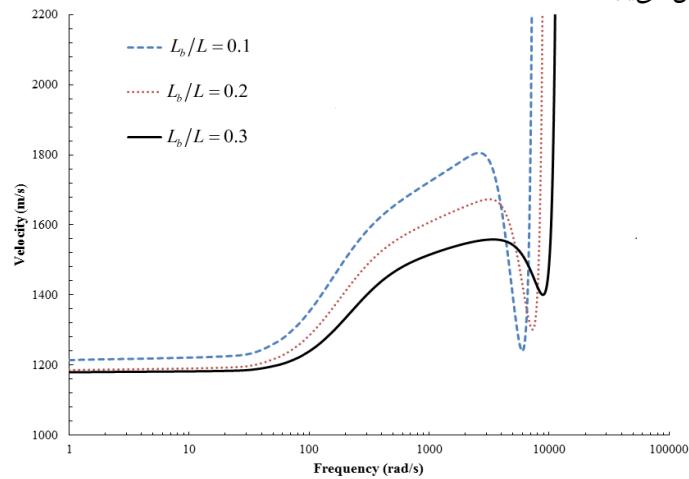
جدول ۲. خصوصیات سیالات [۵]

نوع سیال	$\mu_f, \text{Pa.s}$	$K_f, \text{GPa}$	$\rho_f, \text{kg m}^{-3}$
آب	$1 \times 10^{-3}$	۲/۲۵	۱۰۰۰
گاز	$15 \times 10^{-6}$	$9/6 \times 10^{-3}$	۷۰

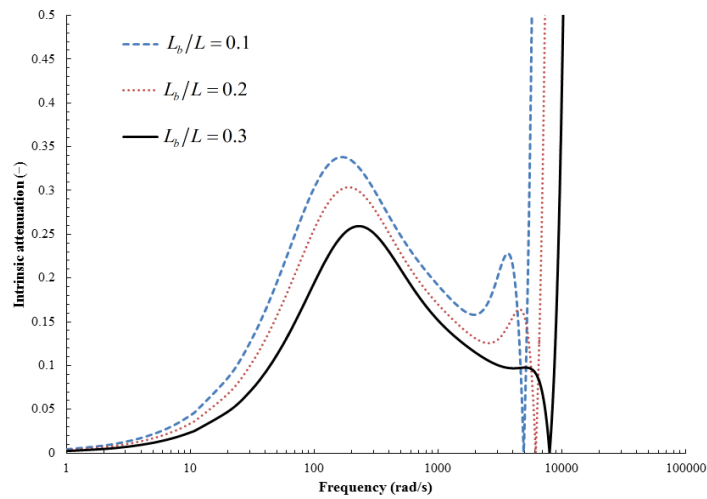
## تأثیر اندازه تکه سیال

در این بخش به بررسی تأثیر اندازه تکه سیالی پرداخته می‌شود که به صورت لایه‌ای درون سیال دیگری قرار گرفته است. در شکل‌های ۲ و ۳ سرعت مؤثر و استهلاک ذاتی مؤثر برای مقادیر مختلفی از نسبت اشباع شدگی گاز به آب نشان داده شده است. این مقادیر شامل نسبت‌های  $L_b/L$  برابر با ۰/۱، ۰/۲ و ۰/۳ هستند. میرایی هیستریزس  $\xi_s$  برابر با صفر فرض شده است تا تأکید بر استهلاک ناشی از حرکت سیال انجام گیرد. با توجه به شکل‌های ۲ و ۳ واضح است که سرعت مؤثر و استهلاک مؤثر به شدت تحت تأثیر ناهمگنی سیال هستند. اختلاف‌های موجود در فشار محلی ایجاد شده بین دو لایه به علت عبور موج، با حرکت جریان موزوسکوپیک سیال از نواحی با فشار زیاد به نواحی با فشار کم خنثی خواهد شد. این امر سبب به وجود آمدن یک سازوکار استهلاکی اضافی در مقایسه با سازوکار استهلاکی ناشی از جریان کلی به دست آمده به وسیله بایوت [۱۱] می‌شود. هنگامی که مقدار طول موج دارای مرتبه بزرگی یک‌سان با اندازه لایه در نظر گرفته شده باشد، سیستم دچار تشدید خواهد شد. این مسئله را برای اولین و گلار و اسمولدرز [۶] با بسط نظریه وایت مطرح کردند. قابل ذکر است که رسم شکل‌های ۲ و ۳ با رسیدن به اولین تشدید قطع شده است. ذکر این نکته ضروری است که بعد از رخ دادن اولین تشدید، در فرکانس‌های بالاتر نیز پدیده تشدید اتفاق می‌افتد. با افزایش نسبت گاز در سیستم، سرعت موج  $c_e$  به دلیل کاهش سختی سیستم کاهش می‌یابد.

بزرگ بودن مقدار حداکثر استهلاک ذاتی مؤثر به دست آمده قبل از تشدید در شکل ۳، بیش‌تر به دلیل پدیدار شده رفتار پخش‌شدگی موج نوع دوم به منظور برقراری تعادل بین لایه‌ها است. همچنین با کاهش نسبت گاز، حداکثر استهلاک در فرکانس‌های پایین‌تری رخ می‌دهد و مقدار آن نیز افزایش می‌یابد.



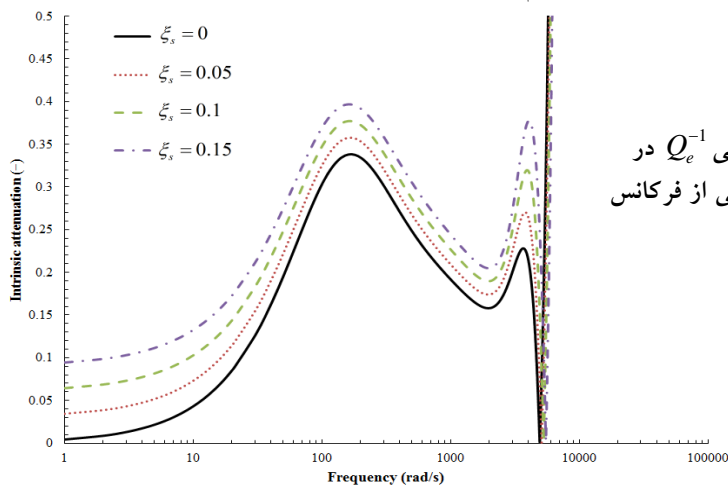
شکل ۲. سرعت  $C_e$  در سیستم آب-گاز تابعی از فرکانس



شکل ۳. استهلاک ذاتی  $Q_e^{-1}$  در سیستم آب-گاز تابعی از فرکانس

## استهلاك ناشی از میرایی هیستریزیس

در این قسمت با فرض مقادیر میرایی هیستریزیس  $\xi_s$  متفاوت که باعث تبدیل محیط متخلخل الاستیک به محیط ویسکوالاستیک می‌شود، به تأثیر استهلاك ذاتی به‌وجود آمده از اصطکاک بین دانه‌های جامد می‌پردازیم. شکل ۴ استهلاك ذاتی مؤثر موج فشاری را برای مقادیر میرایی هیستریزیس  $\xi_s$  برابر با ۰، ۰/۰۵، ۰/۱ و ۰/۱۵ نشان می‌دهد. چنان‌که در مقدمه نیز اشاره شد، استهلاك ذاتی ناشی از جریان سیال تنها عامل مستهلك شدن انرژی امواج نیست. در نتیجه پژوهش‌های ارائه شده در این تحقیق برخلاف نظریه بسط داده شده وایت به‌وسیله وگلار و اسمولدرز [۶]، تنها به استهلاك ناشی از سیال ( $\xi_s = 0$ ) محدود نشده است و بررسی استهلاك ناشی از انرژی کرنشی اسکلت جامد را نیز شامل می‌شود. چنان‌که طبق شکل ۴ مشاهده می‌شود، مقدار استهلاك ذاتی به‌دست آمده از میرایی هیستریزیس در فرکانس‌های بسیار کم، قابل توجه‌تر از استهلاك ناشی از وجود سیال است. اما عمده استهلاك ذاتی در فرکانس‌های زیاد به‌علت وجود جریان محلی سیال از نواحی با فشار زیاد به نواحی با فشار کم است و تأثیر اصطکاک بین‌دانه‌ای اندک است. پس می‌توان نتیجه گرفت استهلاك ناشی از سیال برای آزمایش‌های ژئوفیزیک با فرکانس‌های زیاد مهم‌تر است در حالی که برای تحلیل امواج زلزله‌ها یا انجام آزمایش‌های ژئوفیزیک با فرکانس کم اصطکاک بین‌دانه‌ای اهمیت بیشتری دارد. با افزایش میرایی هیستریزیس تنها بر مقدار استهلاك افزوده می‌شود اما رفتار استهلاكی موج برای تمامی مقادیر  $\xi_s$  هم‌چنان مشابه حالت  $\xi_s = 0$  است.



شکل ۴. استهلاك ذاتی  $Q_e^{-1}$  در سیستم آب-گاز تابعی از فرکانس

### نتیجه‌گیری

وجود ناهمگنی در سیال‌های اشباع‌کننده محیط متخلخل بر پیچیدگی تفسیر نتایج لرزه‌ای و آزمایش‌های ژئوفیزیک می‌افزاید. بهره بردن از روابطی که هم‌زمان برای تمامی فرکانس‌ها معتبر باشد و بتواند تأثیر ناهمگنی‌های به‌وجود آمده ناشی از جریان سیال را در نظر بگیرد به درک سازوکار انتشار امواج و تفسیر نتایج آزمایش‌ها کمک فراوانی خواهد کرد. به‌علاوه، استهلاك ناشی از اصطکاک بین دانه‌های جامد سبب از دست رفتن بیش‌تر انرژی موج می‌شود که تأثیر آن نیز در بررسی‌ها در نظر گرفته شد. ملاحظه می‌شود که ناهمگنی ناشی از تکه‌ای بودن الگوی اشباع محیط متخلخل به‌شدت بر استهلاك و سرعت امواج تأثیرگذار است و سبب ایجاد استهلاك ناشی از محلی بودن جریان سیال از نواحی با فشار زیاد به نواحی با فشار کم می‌شود. با بزرگ شدن تکه سیال گاز قرار گرفته در سیستم آب-گاز بر استهلاك ذاتی مؤثر و سرعت مؤثر امواج فشاری افزوده می‌شود. با افزایش فرکانس نیز بر سرعت موج افزوده می‌شود اما با افزایش بیش‌تر فرکانس و در هنگامی که طول موج دارای مرتبه بزرگی یک‌سان با ضخامت لایه شد، پدیده تشدید در سیستم رخ می‌دهد. استهلاك ذاتی مؤثر نیز با افزایش فرکانس به مقدار حداکثر خود می‌رسد و سپس با افزایش فرکانس از مقدار آن کاسته می‌شود اما با افزایش بیش‌تر فرکانس سیستم دچار تشدید می‌شود. با کاهش اندازه تکه گاز در سیستم آب-گاز، حداکثر سرعت مؤثر و استهلاك ذاتی مؤثر (قبل از تشدید) در فرکانس‌های پایین‌تری رخ می‌دهد. هم‌چنین مشاهده شد که در فرکانس‌های بسیار کم استهلاك ذاتی مؤثر ناشی از میرایی هیستریزس اسکلت جامد بیش‌تر از استهلاك ناشی از سیال است. اما با افزایش فرکانس این امر برقرار نبوده و استهلاك ناشی از جریان محلی سیال دارای بیش‌ترین سهم از استهلاك ذاتی مؤثر است.

### منابع

1. Pride S. R., J. G. Berryman, Harris J. M. "Seismic attenuation due to wave-induced flow", Journal of Geophysical Research Vol. 109 (2004) B01201.

2. Cadoret T., D. Marion, Zinszner B., "Influence of frequency and fluid distribution on elastic-wave velocities in partially saturated limestones", *Journal of Geophysical Research - Solid Earth* Vol.100 (1995) 9789-9803.
3. Best A. I., Huggett Q. J., Harris A. J. K., "Comparison of in situ and laboratory acoustic measurements on Lough Hyne marine sediments", *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol.110 (2001) 695-709
4. Batzle M. L., Han D. H., Hofmann R., "Fluid mobility and frequency-dependent seismic velocity-direct measurements", *Geophysics* Vol.71 (2006) N1-N9.
5. White J. E., "Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation", *Geophysics* Vol.40 (1975) 224-232.
6. Vogelaar B. B. S. A., Smeulders D. M. J., "Extension of White's layered model to the full frequency range", *Geophysical Prospecting* Vol.55 (2007) 685-695.
7. Smeulders D. M. J., "Experimental Evidence for Slow Compressional Waves", *Journal of Engineering Mechanics*, 131 (2005 ) 908-917.
8. Berryman J. G., "Confirmation of Biot's theory", *Applied Physics Letters* Vol.37(1980) 382-384.
9. Van der Kogel H., "Wave propagation in porous media", PH.D. Thesis, California University of Technology, California (1977).
10. Lo W. C., Sposito G., Majer E., "Low-frequency dilatational wave propagation through fully-saturated poroelastic media", *Advances in water resources* Vol. 29 (2006) 408-416.

11. Biot M. A., "Generalized Theory of Acoustic Propagation in Porous Dissipative Media", The Journal of the Acoustical Society of America Vol. 34 (1962) 1254-1264.

پیوست ۱:

مقادیر المان‌های ماتریس  $G$  عبارتند از:

$$\begin{aligned}
 g_{11} &= \lambda_{1a} k_{1a}^2 \cos \alpha_1 \\
 g_{12} &= i \lambda_{1a} k_{1a}^2 \sin \alpha_1 \\
 g_{13} &= \lambda_{2a} k_{2a}^2 \cos \alpha_2 \\
 g_{14} &= i \lambda_{2a} k_{2a}^2 \sin \alpha_2 \\
 g_{31} &= i \chi_{1a} k_{1a} \sin \alpha_1 \\
 g_{32} &= \chi_{1a} k_{1a} \cos \alpha_2 \\
 g_{33} &= i \chi_{2a} k_{2a} \sin \alpha_2 \\
 g_{34} &= \chi_{2a} k_{2a} \cos \alpha_2 \\
 g_{21} &= p_{11} \lambda_{1b} k_{1b}^2 \cos \beta_1 + p_{21} \lambda_{2b} k_{2b}^2 \cos \beta_2 \\
 g_{23} &= p_{12} \lambda_{1b} k_{1b}^2 \cos \beta_1 + p_{22} \lambda_{2b} k_{2b}^2 \cos \beta_2 \\
 g_{22} &= -i \left[ n_{11} \lambda_{1b} k_{1b}^2 \sin \beta_1 + n_{21} \lambda_{2b} k_{2b}^2 \sin \beta_2 \right] \\
 g_{24} &= -i \left[ n_{12} \lambda_{1b} k_{1b}^2 \sin \beta_1 + n_{22} \lambda_{2b} k_{2b}^2 \sin \beta_2 \right] \\
 g_{41} &= -i \left[ p_{11} \chi_{1b} k_{1b} \sin \beta_1 + p_{21} \chi_{2b} k_{2b} \sin \beta_2 \right] \\
 g_{43} &= -i \left[ p_{12} \chi_{1b} k_{1b} \sin \beta_1 + p_{22} \chi_{2b} k_{2b} \sin \beta_2 \right] \\
 g_{33} &= i \chi_{2a} k_{2a} \sin \alpha_2 \\
 g_{42} &= n_{11} \chi_{1b} k_{1b} \cos \beta_1 + n_{21} \chi_{2b} k_{2b} \cos \beta_2 \\
 g_{44} &= n_{12} \chi_{1b} k_{1b} \cos \beta_1 + n_{22} \chi_{2b} k_{2b} \cos \beta_2
 \end{aligned}$$