مدل سازی مسائل آب زیرزمینی با صفحهٔ گسترده

محمد نخعی
گروه زمین شناسی دانشگاه تربیت معلم

تاریخ: دریافت ۸۱/۴/۱۵ پذیرش: ۸۲/۲/۱۰

چکیده

صفحهٔ گسترده، ابزاری کاربردی برای حل مسائل جریان پایدار محبوس آب زیرزمینی است. روش کار بسیار ساده است، اما در عین حال بسیاری از شرایط جریان شامل نایکسانی، ناهمگنی، وجود منابع تخلیه و تغذیه و اشکال هندسی پیچیده را در بر می‌گیرد. به علاوه، چون معادلات صفحهٔ گسترده به صورت دستی برنامه نویسی می‌شوند کاربر درک فیزیکی بسیار خوبی از مسأله خواهد داشت، معادلات حاکم برای شرایط جریان ناهمگن و نایکسان ایجاد می‌شوند. فرموله کردن ریاضی شرایط مرزی و در نظرگرفتن تخلیه وتغذیه در مدل‌سازی صفحه گسترده ارائه شده و حساسیت حل به انتخاب فواصل نقاط شبکه بندی شده و دقت جواب بررسی گردیده است. در پایان مزایا و محدودیتهای این روش در مقایسه با مدلهای عددی دیگر مقایسه گردیده است.

مقدمه

شبکه جریان، که از مجموعه‌ای ازخطوط جریان وخطوط هم پتانسیل ساخته شده، حلی ترسیمی از جریان پایدارآب زیرزمینی است. آبشناسان، در حال حاضر، روشهای متعددی برای ساختن شبکهٔ جریان دردست دارند. شبکه جریان را می‌توان با روشهای دستی یا با حل دقیق به روش تحلیلی و یا به روشهای عددی ترسیم کرد. اگرچه حل ترسیمی شبکهٔ جریان به روش دستی برای درک مطلب، ابزارآموزشی بسیارمناسبی است، ولی روش وقت‌گیری است و کاربرد آن درشرایط زمین ناهمگن به دقت و تجربهٔ کافی نیاز دارد. راه‌حل‌های تحلیلی برای بسیاری از مسائل آب زیر زمینی به وسیلهٔ هار ۱۹۶۲ [۵] برای شرایط محدود در محیط متخلخل همگن وهمسان بـا شرایط مـرزی ساده ارائـه شده‌است. روشهای مـدل‌سازی عددی برای حل

کلمات کلیدی: *آبهای زیرزمینی، نشت، هدایت هیدرولیکی، مدل سازی عددی، صفحه گسترده*

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

مسائل آب زیرزمینی در شرایط ناهمگن و ناهمسان با شرایط مرزی پیچیده به کار می‌روند و بسیارقابل اطمینان هستند و به سرمایه، وقت زیاد و نیروی متخصص نیاز دارد. بنابراین مزایای این روشهای عددی سبب شده است که مدلهای از قبل نوشته و تهیه شده به صورت تجاری در اختیار کاربرها قرار گیرد.

نرم افزارهای صفحهٔ گسترده متعددی برای کامپیوترهای شخصی در دسترس است که می‌توان از آنها برای بسیاری از مسائل مهندسی استفاده کرد. کتاب «ولف ۱۹۹۵» [۱۱] نیز برای مشاهده مثالهای متنوع مرجع مناسبی از مسائل مهندسی با صفحهٔ گسترده است. بعلاوه مسائل آب زیرزمینی را می‌توان به کمک نرم افزارهای صفحهٔ گسترده نظیر اکسل حل کرد و اگر جواب بسیار دقیق مورد نیاز نباشد، این روش جانشینی مناسب به جای روشهای پیشرفته مدل‌سازی عددی است. گاهی اوقات آب‌شناس در مراحل ابتدایی طراحی پروژه خود از روش صفحهٔ گسترده استفاده می‌کند و بعد از شناخت مفاهیم اصلی مسأله از مدل عددی تجاری برای به دست آوردن حل دقیق کمک می‌گیرد که این کار سبب صرفه جویی در وقت و هزینه خواهد شد.

هدف این مقاله ارائهٔ روشهای عمومی حل مسائل جریان پایدار و محبوس با استفاده از صفحهٔ گسترده است. روش کار بسیار ساده است و می‌توان آن را برای حل مسائل آب زیرزمینی در آبخوان ناهمگن، ناهمسان، با وجود چاه پمپاژ و شکلهای هندسی پیچیده نیز به کار برد. معمولاً چون معادلات صفحهٔ گسترده با دست برنامه نویسی می‌شوند، استفاده کننده از صفحهٔ گسترده درک عمیقی از فیزیک مسأله به دست می‌آورد. معادلات حاکم برای شرایط کلی جریان ایجاد می‌شوند و شامل رفتار مرزها نیز هست. کاربرد روش با حل سه مثال در این مقاله شرح داده می‌شود. چگونگی حساسیت حل دراین روش به انتخاب فواصل گره‌ها و انتخاب دقت جواب نهایی، آزمایش خواهد شد. در پایان نیز علاوه بربحث در بارهٔ مزایا و محدودیتهای روش، با روشهای حل عددی دیگر مقایسه می‌شود.

ایجاد معادلات صفحه گسترده

معادله عمومی توصیف کنندهٔ جریان پایدار مایعات در محیط متخلخل در شرایط دو بعدی،

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

ناهمگن و نایکسان با رابطهٔ دیفرانسیل زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x}(K_x \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z}(K_z \frac{\partial h}{\partial z}) = 0 \qquad (1)$$

در این معادله[معادله(۱)] Kx و Kz به ترتیب ضرایب هدایت هیدرولیکی در جهات x و z ، و h بار آبی کلی را نشان می‌دهند. فرض بر این است که جهات اصلی هدایت هیدرولیکی هم جهت با جهات سیستم مختصات است و قانون دارسی معتبر است. این معادله معمولاً با روشهای حل عددی نظیر تفاضلهای محدود و اجزاء محدود حل می‌شود. در هر دو روش عددی، دامنهٔ حل توسط مجموعه‌ای از چند گره یا نود به دامنه‌های کوچکتر تقسیم می‌گردد و معادلهٔ دیفرانسیل حاکم به معادلات جبری مربوط به نودها تبدیل می‌شود. برای هر گره یا نود معادله‌ای بر حسب مجهول h نوشته می‌شود و در نتیجه یک مجموعهٔ سیستم معادلاتی به تعداد N معادلهٔ خطی که مربوط به N مجهول است به دست می‌آید. با حل این سیستم معادلات N تایی به روشهای مستقیم و تکرار N مجهول به دست خواهند آمد.

برای اطلاعات بیشتر در باره این روشها به مراجعی نظیر «وانگ واندرسون ۱۹۸۲» [۸]، «دسایی ۱۹۷۷» [۳] و «بیر و وروئیت ۱۹۸۷» [۲] مراجعه شود.

بر اساس مقاله «ویلیامز و همکاران ۱۹۹۳» [۱۰]، صفحهٔ گستردهٔ کامپیوتری نیز برای حل مسایل آب زیرزمینی با ایجاد الگویی از روش تفاضلهای محدود به کار می‌رود. روش حل با صفحهٔ گسترده که در اینجا شرح داده می‌شود، بیشتر به روش ارائه شده به وسیلهٔ «فریز و چری ۱۹۷۹» [٤] مرتبط و نزدیک است. در این روش دامنه مسأله با استفاده از تعدادی گره به چندین سلول تقسیم می‌شود. چون حل بر روی یک صفحهٔ گسترده انجام می‌گیرد، لزوماً سلولها باید به شکل بلوکهای مستطیلی باشند. رابطهٔ بارآبی کلی درهر بلوک داخلی با استفاده از اصل بقای جرم وجمع جبری جریان ورودی از بلوکهای مجاور به دست آمده است. بنابراین بارآبی نشان داده شده در هر سلول صفحهٔ گسترده، منطبق بر مرکز آن سلول است. سپس معادلات صفحهٔ گسترده با تکرار محاسبات درصفحهٔ گسترده به صورت دستی که روش آن در انتهای مقاله در بخش ***"روش حل با صفحه گسترده"*** شرح داده شده است، تا رسیدن به دقت مورد نیاز تکرار می‌گردد. در اینجا تعداد تکرار به دقت مورد نیاز انتخاب شده، یعنی اختلاف

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

بارآبی میان تکرارهای متوالی بستگی دارد. از این پس روش ایجاد معادلات مربوط به بلوکهای داخلی، بلوکهای مجاور انواع مرزهای بار ثابت و نفوذ ناپذیر و چاه پمپاژ شرح داده می‌شود.

معادلهٔ بلوکهای داخلی دور از مرزها

شکل (۱) روش ایجاد معادلهٔ بار آبی کلی را در بلوکهای داخلی که از مرزها دورند با استفاده از اصل بقای جرم برای شرایط جریان دو بعدی ، همگن و یکسان نشان می‌دهد. مقطع کوچکی از دامنهٔ گره‌بندی شده با طول Δx در جهت افقی و Δz در جهت عمودی نشان داده شده است. هر بلوک از دامنهٔ جریان در شرایط صحرا یک سلول از صفحهٔ گسترده است. میزان بارآبی مجهول دربلوک ۱ از حاصل جمع دبی ویژه(دبی در واحد عرض) ورودی از بلوکهای مجاور به دست می‌آید. دبی ویژه ورودی از بلوک۲ به بلوک۱ که با q_{21} نمایش داده می‌شود با عرض واحد در جهت z با استفاده از قانون دارسی از این معادله به دست می‌آید:

$$q_{21} = K\frac{h_2 - h_1}{\Delta x}\Delta z \qquad (۲)$$

که در این رابطه K ضریب هدایت هیدرولیکی مواد متخلخل، h_2 بار آبی کلی در بلوک۲ و h_1 بار آبی در بلوک۱ است. با در نظر گرفتن میزان دبی ویژه ورودی از بلوکهای مجاور مجموع کلی دبی ورودی به بلوک۱ ، q_{1in} بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} q_{1in} &= q_{21} + q_{31} + q_{41} + q_{51} \\ q_{1in} &= K\frac{h_2 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K\frac{h_3 - h_1}{\Delta z}\Delta x + K\frac{h_4 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K\frac{h_5 - h_1}{\Delta z}\Delta x = 0 \end{aligned} \qquad (۳)$$

برای شرایط جریان پایدار، q_{1in} باید برابر صفر باشد. در نتیجه با قرار دادن معادلهٔ (۳) برابر صفر و حل آن برای h1 با استفاده از نرم‌افزارMathematica 4.0 به راحتی می‌توان نوشت:

$$h_1 = \frac{1}{2}\frac{(\Delta z)^2(h_2 + h_4) + (\Delta x)^2(h_3 + h_5)}{(\Delta z)^2 + (\Delta x)^2} \qquad (٤)$$

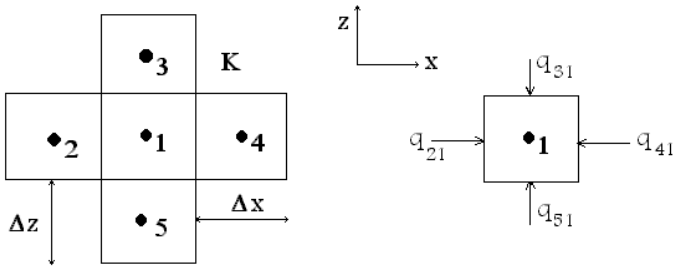
اگر بلوک ها به صورت مربعی شکل باشند ($\Delta x = \Delta z$) ، آنگاه داریم:

$$h_1 = \frac{1}{4}(h_2 + h_3 + h_4 + h_5) \qquad (۵)$$

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

معادلهٔ (٥) را ***" عمل‌گر ٥ نقطه‌ای"*** می‌نامند که از حل معادله لاپلاس با روش تفاضلهای محدود برای شرایط همگن و یکسان نیز قابل استخراج است و در کتب «بیر ۱۹۷۲»[۱] و «وانگ و اندرسون ۱۹۸۲ » [۸] آورده شده است.



شکل (۱) محاسبات جریان در محیط همگن و یکسان

توجه شود که معادلهٔ ٥ با استفاده ازقانون دارسی و معادلهٔ پیوستگی بدون استفاده از معادله لاپلاس به دست آمده است. استخراج روابط ریاضی در دو روش بلوک‌بندی و تفاضلهای محدود برای جریان درمحیط همگن و یکسان اختلاف بسیار کمی دارند. اگرچه مزیتهای روش بلوک‌بندی به لحاظ کاربردی در مسائل پیچیده محیط نایکسان و ناهمگن آشکار خواهد شد.

معادلات ٤ و ٥ نشان می‌دهند که h_1 به عنوان متوسط وزنی بار آبی کلی از بلوکهای مجاور است. در معادله ٥ ضریب وزنی هر کدام از بلوکهای مجاور برابر ¼ است. این ضریب ¼ تنها برای شرایط جریان دو بعدی پایدار در محیط یکسان، همگن، که هر بلوک توسط چهار بلوک مجاور احاطه شده صادق است؛ زیراکه تمام چهار بلوک مجاور به طور مساوی در ایجاد بار آبی در بلوک۱ شرکت پذیری دارند. برای شرایط دیگر ضریب وزنی دیگر ¼ نیست و به آن شرایط متفاوت بستگی دارد. به هر حال چنانکه در معادله ٥ دیده می‌شود، مجموع ضرایب وزنی در معادله مربوط به هر بلوک باید برابر یک باشد.

مرزهای نفوذ ناپذیر

با استفاده از روش بلوک‌بندی معادلهٔ مرزهای نفوذ ناپذیر به راحتی ایجاد می‌شوند. شکل (۲) نشان دهندهٔ شکل هندسی سه نوع معمول شرایط مـرزی نفوذ ناپـذیر است.

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

برای یک مرزخطی نفوذ ناپذیر شکل (۲- a) دبی ورودی به بلوک۱ به صورت زیر به دست می‌آید:

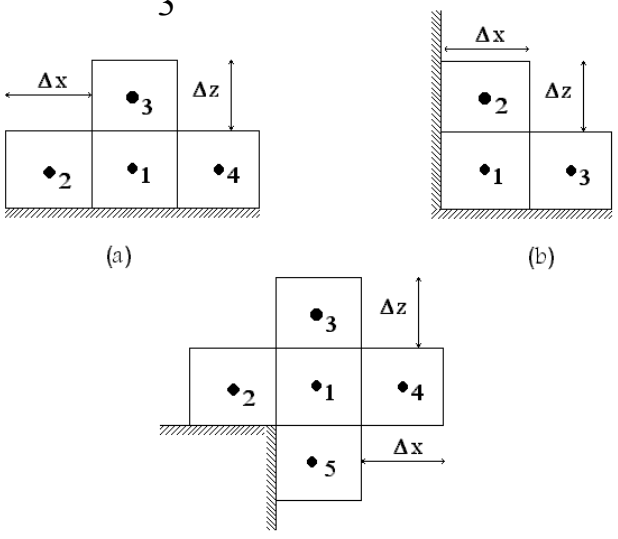
$$q_{1in} = q_{21} + q_{31} + q_{41}$$
$$q_{1in} = K\frac{h_2 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K\frac{h_3 - h_1}{\Delta z}\Delta x + K\frac{h_4 - h_1}{\Delta x}\Delta z = 0 \qquad (۶)$$

برای شرایط جریان پایدار، q_{1in} باید برابر صفر باشد. در نتیجه با قرار دادن معادله (۶) برابر صفر و حل آن برای h_1 می‌توان نوشت:

$$h_1 = \frac{(\Delta z)^2(h_2 + h_4) + (\Delta x)^2(h_3)}{2(\Delta z)^2 + (\Delta x)^2} \qquad (۷)$$

اگر بلوک ها به صورت مربعی شکل باشند، آنگاه h_1 به صورت زیر به دست می‌آید:

$$h_1 = \frac{1}{3}(h_2 + h_3 + h_4) \qquad (۸)$$



شکل (۲) مرزهای نفوذ ناپذیر

مشابه این محاسبات، برای گوشهٔ دامنهٔ شکل (۲- b) دبی ورودی به بلوک۱ به صورت زیر به دست می‌آید:

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

$$q_{1in} = q_{21} + q_{31}$$
$$q_{1in} = K\frac{h_2 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K\frac{h_3 - h_1}{\Delta z}\Delta x = 0$$

برای شرایط جریان پایدار، q_{1in} باید برابر صفر باشد. در نتیجه با قرار دادن این معادله برابر صفر و حل آن برای h1 می‌توان نوشت:

$$h_1 = \frac{(\Delta z)^2(h_2) + (\Delta x)^2(h_3)}{(\Delta z)^2 + (\Delta x)^2} \qquad (۹)$$

اگر بلوک ها به صورت مربعی شکل باشند ($\Delta x = \Delta z$) ، آنگاه داریم:

$$h_1 = \frac{1}{2}(h_2 + h_3) \qquad (۱۰)$$

همچنین برای مرز با شرایط شکل (۲- c) دبی ورودی به بلوک۱ به هیچ عنوان تحت تآثیر مرز نیست و به سادگی با استفاده از معادله ٤ یا ٥ میزان بار آبی کلی برای بلوک۱ ، h_1 به دست می‌آید.

مرزهای بار ثابت

معادله بارآبی برای بلوکهای مربوط به مرزهای بار ثابت با قرار دادن یک گره یا نود بر روی مرز و جمع کردن دبی ویژه ورودی از هر بلوک به دست می‌آید. شکل (۳-a) یک مرز خطی بار ثابت را نشان می‌دهد. مجموع دبی ورودی به بلوک۱ به صورت زیر محاسبه می‌شود: (۱۱)

$$q_{1in} = q_{21} + q_{31} + q_{41} + q_{51}$$
$$q_{1in} = K\frac{h_2 - h_1}{\Delta x}\frac{3}{4}\Delta z + K\frac{h_3 - h_1}{\frac{1}{2}\Delta z}\Delta x + K\frac{h_4 - h_1}{\Delta x}\frac{3}{4}\Delta z + K\frac{h_5 - h_1}{\Delta z}\Delta x = 0$$

برای شرایط جریان پایدار، q_{1in} باید برابر صفر باشد. در نتیجه با قرار دادن معادلهٔ (۱۱) برابر صفر و حل آن برای h1 می‌توان نوشت:

$$h_1 = \frac{3(\Delta z)^2(h_2 + h_4) + 4(\Delta x)^2(2h_3 + h_5)}{6(\Delta z)^2 + 12(\Delta x)^2} \qquad (۱۲)$$

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

می‌توان نوشت : اگر بلوک ها به صورت مربعی شکل باشند، آنگاه

$$h_1 = \frac{1}{18}(3h_2 + 8h_3 + 3h_4 + 4h_5) \qquad (۱۳)$$

معادلهٔ ۱۳ نشان می‌دهد که h_3 بزرگترین ضریب وزن را برای بار آبی در بلوک۱ دارد. این مطلب با مشاهدات ما ازگره۳ که نزدیکترین گره به گره۱ است و بیشترین تآثیر را بر روی آن دارد، نیز سازگار است و با آن تأیید می‌شود.

شکل(۳-b)گوشه‌ای از دامنه را نشان می‌دهد که یک‌طرف مرز نفوذ ناپذیر و یک‌طرف مرز بارثابت قراردارد. در این حالت مجموع دبی ورودی به بلوک۱ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_{1in} = q_{21} + q_{31} + q_{41}$$

$$q_{1in} = K\frac{h_2 - h_1}{\Delta x}\frac{3}{4}\Delta z + K\frac{h_3 - h_1}{\frac{1}{2}\Delta z}\Delta x + K\frac{h_4 - h_1}{\Delta z}\Delta x = 0$$

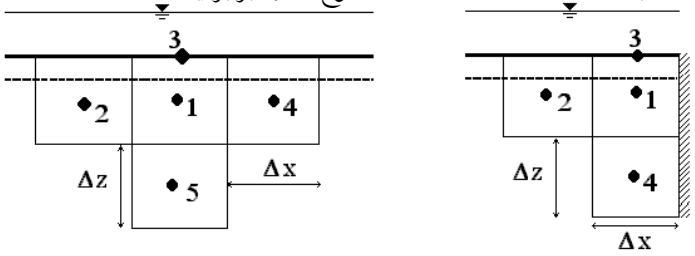
برای شرایط جریان پایدار، q_{1in} باید برابر صفر باشد. در نتیجه با قرار دادن این معادله برابر صفر و حل آن برای h_1 می‌توان نوشت:

$$h_1 = \frac{3(\Delta z)^2 h_2 + 4(\Delta x)^2(2h_3 + h_4)}{3(\Delta z)^2 + 12(\Delta x)^2} \qquad (۱۴)$$

اگر بلوک ها به صورت مربعی شکل باشند ($\Delta x=\Delta z$) ، آنگاه داریم:

$$h_1 = \frac{1}{15}(3h_2 + 8h_3 + 4h_4) \qquad (۱۵)$$

توجه شود که دوباره در معادلات ۱۳ و ۱۵ مجموع وزنها برابر یک است.



(a) (b)

شکل (۳) مرزهای بار ثابت

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

مرز دبی ثابت

شکل شمارهٔ ٤ یک مرز با دبی ثابت را نشان می‌دهد که جریان آب ازسطح بالایی با سرعت ω به درون خاک نفوذ می‌کند. در این حالت برای شرایط جریان پایدار، q_{1in} به صورت زیر دست می‌آید.

$$q_{1in} = q_{21} + q_{31} + q_{41} + \frac{\omega}{K}(\Delta x)^2 \Delta z$$

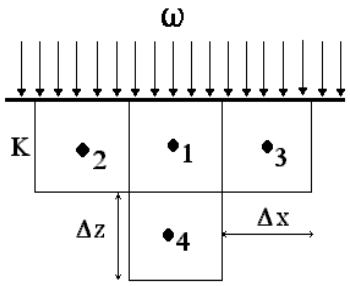
$$q_{1in} = K\frac{h_2 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K\frac{h_3 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K\frac{h_4 - h_1}{\Delta z}\Delta x + \frac{\omega}{K}(\Delta x)^2 \Delta z = 0$$

برای شرایط جریان پایدار، q_{1in} باید برابر صفر باشد. در نتیجه با قرار دادن این معادله برابر صفر و حل آن برای h_1 می‌توان نوشت:

$$h_1 = \frac{(\Delta z)^2(h_2 + h_3) + (\Delta x)^2 h_4 + \frac{\omega}{K}\Delta z(\Delta x)^2}{2(\Delta z)^2 + (\Delta x)^2} \qquad (١٦)$$

اگر بلوک‌ها به صورت مربعی شکل باشند $(\Delta x = \Delta z)$ ، آنگاه داریم:

$$h_1 = \frac{1}{3}\left(h_2 + h_3 + h_4 + \frac{\omega}{K}\Delta x\right) \qquad (١٧)$$



شکل (٤) مرز دبی ثابت

تخلیه و تغذیه

تخلیه و تغذیه از یک بلوک را می‌توان با استفاده از قانون پیوستگی به دست آورد. شکل ۵ مجموعه‌ای از بلوک داخلی را نشان می‌دهد که از بلوک۱ تخلیه‌ای با دبی Q انجام می‌شود. در این حالت دبی ورودی خالص به بلوک۱ برابر Q و برابر است با:

$$Q = K\frac{h_2 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K\frac{h_3 - h_1}{\Delta z}\Delta x + K\frac{h_4 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K\frac{h_5 - h_1}{\Delta z}\Delta x \qquad (١٨)$$

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

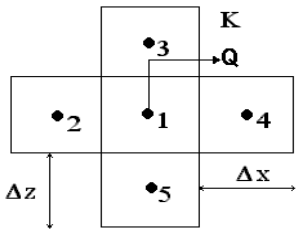
با حل معادلهٔ ۱۸ برای h به کمک نرم افزار Mathematica 4.0 داریم:

$$h_1 = \frac{(\Delta z)^2 (h_2 + h_4) + (\Delta x)^2 (h_3 + h_5) - \frac{Q}{K}\Delta z \Delta x}{2(\Delta z)^2 + 2(\Delta x)^2} \qquad (۱۹)$$

اگر بلوک‌ها به صورت مربعی شکل باشند ($\Delta x = \Delta z$) ، آنگاه داریم:

$$h_1 = \frac{1}{4}\left(h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + \frac{Q}{K} \right) \qquad (۲۰)$$

اگر تخلیه از بلوک صورت گیرد یعنی علامت Q مثبت باشد، h_1 کمتر است از مقداری که در معادلهٔ ۵ داده شده است و این نتیجه با درک ذهنی ما هم همخوانی دارد، زیرا مسلماً اگر آبی از بلوک تخلیه شود، باید افت بارآبی در آن نقطه ایجاد گردد و h_1 کمتر شود. برای تغذیه به بلوک نیز به سادگی علامت منفی را برای Q در معادلات ۱۹ و ۲۰ انتخاب می‌کنیم و در این صورت h_1 بزرگتر از مقدار نرمال معادله ۵ است و سبب افزایش بارآبی می‌شود.



شکل (۵) تخلیه و تغذیه در بلوک۱

ناهمسانی

معادلات ۱۹ و ۲۰ را می‌توان برای مواد متخلخل ناهمسان بازنویسی کرد ومعادلات بارآبی‌درمحیط ناهمسان را به دست آورد. شکل(٦) بلوکهای محیط همگن وناهمسان را که هدایت هیدرولیکی در جهت افقی وعمودی به ترتیب برابر K_x و K_z است نشان می‌دهد. این مقادیر در جهات اصلی تانسور هدایت هیدرولیکی است و مؤلفه‌های غیر قطری آن صفرند. با جمع جبری جریان ورودی به بلوک۱ خواهیم داشت:

$$q_{1in} = K_x \frac{h_2 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K_z \frac{h_3 - h_1}{\Delta z}\Delta x + K_x \frac{h_4 - h_1}{\Delta x}\Delta z + K_z \frac{h_5 - h_1}{\Delta z}\Delta x = 0 \qquad (۲۱)$$

با حل معادله ۲۱ برای h به کمک نرم افزار Mathematica 4.0 می‌توان نوشت:

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

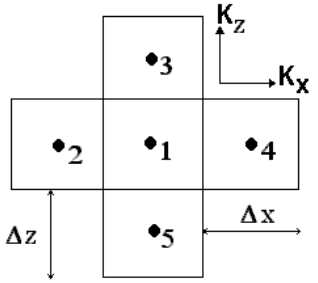
[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

$$h_1 = \frac{K_x(\Delta z)^2(h_2+h_4) + K_z(\Delta x)^2(h_3+h_5)}{2K_x(\Delta z)^2 + 2K_z(\Delta x)^2} \qquad (۲۲)$$

اگر بلوک ها به صورت مربعی شکل باشند ($\Delta x=\Delta z$) ، آنگاه داریم:

$$h_1 = \frac{K_x(h_2+h_4) + K_z(h_3+h_5)}{2(K_x+K_z)} \qquad (۲۳)$$

اگر $K_x=K_z$ باشد، آنگاه معادلهٔ ۲۳ دوباره به همان معادله ۵ تبدیل می‌شود. اگر $K_x>>K_z$ باشد، بلوکهای ۲ و ٤ بسیار بیشتر از بلوکهای ۳ و ۵ بر روی h_1 تاثیر دارند.



شکل (٦)محیط همگن ناهمسان

ناهمگنی

یک امتیاز بسیاربزرگ روش بلوک‌بندی‌صفحه گسترده توانایی اعمال ناهمگنی درمحاسبات است. شکل(a-۷) یک مرز خطی میان دو خاک یکسان با ضرایب هدایت هیدرولیکی متفاوت را نشان می‌دهد. همانند این روش با جمع کردن جریان ورودی به بلوک یک از بلوکهای مجاور و برابر صفر قرار دادن آن، h1 را به دست می‌آوریم:

$$q_{lin} = K_2\frac{h_2-h_1}{\Delta x}\Delta z + \frac{2K_2K_1}{K_2+K_1}\frac{h_3-h_1}{\Delta z}\Delta x + K_2\frac{h_4-h_1}{\Delta x}\Delta z + K_2\frac{h_5-h_1}{\Delta z}\Delta x = 0 \qquad (۲٤)$$

که در این معادله عبارت $2K_2K_1/(K_2+K_1)$ هدایت هیدرولیکی سری معادل، میان گره‌های ۱ و ۳ است. با حل معادلهٔ ۲٤ برای h_1 به کمک نرم افزار Mathematica 4.0 می‌توان نوشت:

$$h_1 = \frac{(\Delta z)^2(h_2+h_4) + (\Delta x)^2\left(\frac{2}{1+K^*}h_3 + h_5\right)}{2(\Delta z)^2 + (\Delta x)^2\left(\frac{2}{1+K^*}+1\right)} \qquad (۲۵)$$

که در این معادله، K^* یک نسبت بدون بعد K_2/K_1 است. اگر بلوک‌ها به صورت مربعی

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]
[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

شکل باشند ($\Delta x=\Delta z$) ، آنگاه :

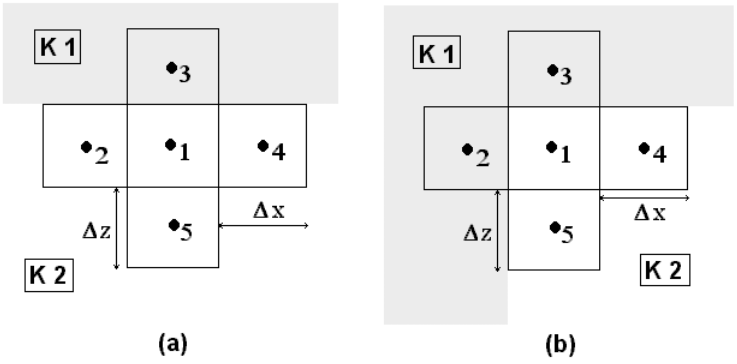
$$h_1 = \frac{h_2 + \frac{2}{1+K^*}h_3 + h_4 + h_5}{3 + \frac{2}{1+k^*}} \qquad (۲۶)$$

اگر $K^* = 1$ باشد، آنگاه معادلهٔ ۲۶ دوباره به همان معادله ۵ مربوط به محیط همگن تبدیل می‌شود.

شکل (۷–b) یک مرز گوشه میان دو خاک یکسان با ضرایب هدایت هیدرولیکی متفاوت را نشان می‌دهد. شبیه این روش با جمع کردن جریان ورودی به بلوک یک از بلوکهای مجاور و برابر صفر قرار دادن آن، h_1 را برای حالتی که بلوک‌ها مربعی شکل باشند به صورت زیر دست می‌آوریم:

$$h_1 = \frac{\frac{2}{1+K^*}(h_2 + h_3) + h_4 + h_5}{2 + \frac{4}{1+k^*}} \qquad (۲۷)$$

اگر $K^* = 1$ باشد، آنگاه معادلهٔ ۲۷ به معادلهٔ ۵ مربوط به محیط همگن تبدیل می‌شود.



شکل(۷) محیط ناهمگن و همسان

دستورالعمل کلی برای ایجاد معادلات صفحهٔ گسترده

برای حل بعضی از موارد خاص مسائل نشت در آب زیرزمینی معادلات صفحهٔ گسترده بیشتری لازم خواهد شد. برای مثال معادلاتی مربوط به محیط ناهمگن ونایکسان با شرایط

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

مرزی متفاوت مورد نیاز است. در هر صورت روش ایجاد معادلات چنان است که گفتیم و به طور خلاصه به صورت زیر است:

۱- ابتدا با رسم شکل هندسی بلوکها آنها را شماره گذاری میکنیم. با در نظر گرفتن این اصل که بارآبی کلی در مرکز بلوک۱ از تاثیر بارآبی در بلوکهای مجاور آن که مرز خطی با آن دارند نه مرز نقطه‌ای، به راحتی می‌توان بار آبی را برای هر شکل هندسی با شرایط نایکسان و ناهمگن به دست آورد. برای شرایط ناهمگن، معمولاً بهتر است مرز بلوکها با مرز تغییر جنس مطابق شکل ۷ روی هم قرارگیرند. به عبارت دیگر مرز بین دو جنس متفاوت نباید از وسط بلوک بگذرد.

۲- با استفاده از قانون دارسی معادله‌ای برای جریان ورودی به بلوک۱ نوشته می‌شود. این معادله باید شامل تمامی بلوکهای مجاور بلوک۱، مرزها و نقاط تخلیه و تغذیه درون بلوک شود. تنها بلوکهایی که مرز خطی مشترک با بلوک۱ را دارند در نظر گرفته شود. جریان از بلوکهای مجاور که فقط مرز نقطه ای با بلوک۱ را دارند شامل نمی‌شود، چون این بلوکها سطح مقطع مشترکی برای عبور جریان به بلوک۱ ندارند.

۳- چون برای جریان پایدار، مجموع جبری جریانهای ورودی به بلوک۱ صفر است. حاصل جمع جریان برابر صفر قرار داده می‌شود.

٤- معادلهٔ حاصل از جمع جبری جریان، برای مجهول h_1 حل می‌شود.

روش حل صفحهٔ گسترده

معادلات ۲ تا ۲۷ برای جریان پایدار دو بعدی در سفرهٔ محبوس استخراج شدند. برای حل چنین مسأله‌ای ازمسائل آب زیرزمینی با استفاده از صفحهٔ گسترده کامپیوتری، ابتدا دامنهٔ جریان با گره بندی منظم تقسیم می‌شود. در اینجا به لحاظ در دسترس بودن صفحهٔ گسترده اکسل برای همگان سعی می‌شود مثال عددی درمحیط صفحهٔ گسترده اکسل حل شود. اگر بلوکها را مربعی انتخاب کنیم آنگاه $\Delta x=\Delta z$ است و معادلات صفحهٔ گسترده ساده‌تر خواهد شد. اگرچه در بعضی موارد به سبب دقت محاسبات در یک جهت خاص مثل z بهتر است Δx متفاوت

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

Δz انتخاب شود. هر سلول صفحهٔ گسترده با معادله مناسب آن پر می‌شود. چون معادلهٔ موجود در هر سلول به سلولهای دیگر مرتبط است، برای جلوگیری از اخطارهای مجدد نرم افزار باید محاسبات خودکار در صفحهٔ گسترده را خاموش کرد و سپس فرمولها وارد شوند. در صفحهٔ گسترده اکسل در منوی Tools ، کلید Options را انتخاب کنید و در زیر منوی Calculation ، Manual را علامت بزنید. برای اجرای محاسبات، باید بعد از ایجاد مدل Shift+F9 را فشار دهید. مقادیر عددی بار ثابت معلوم که شرایط مرزی هستند باید بیرون از دامنه در یک ردیف یا ستون جداگانه وارد شوند. به همین طریق بار آبی یا بار فشار محاسبه شده در مرزهای نفوذ ناپذیر، هم باید خارج از دامنه قرار گیرند. مرزهای شیبدار که نه افقی هستند و نه عمودی، باید به صورت پله نردبان ایجاد شوند. چون در تمامی مسائل جریان آب تقارن سبب کاهش دامنهٔ حل و بالا رفتن دقت محاسبات است، سعی کنید از تقارن استفاده نمایید.

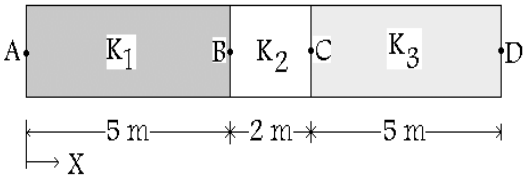
بعد از وارد کردن معادلات در صفحهٔ گسترده با فشار دادن هر بار کلیدهای Shift+F9 یک بارمحاسبات انجام می‌شود. محاسبات را تا جایی که تغییردر بارآبی درتمامی سلولها ناچیزگردد تکرار کنید و به دقت مورد نیاز برسید. البته می‌توان محاسبات را به صورت خودکار نیز انجام داد. برای این کار در صفحه گسترده اکسل در منوی Tools ، کلید Options را انتخاب کنید و در زیر منوی Calculation ، Automatic را علامت بزنید و تعداد تکرار محاسبات را در همین منو مشخص کنید (برای مثال تعداد تکرار ۵۰ کافی است) و معیار دقت را در خانه Maximum Change مشخص کنید(برای مثال دقت 0.01 کافی است). با انتخاب محاسبات خودکار، در صورتی‌که هر کدام از شرایط رسیدن به حد اختلاف در مقادیر بارآبی در تکرارهای متوالی و یا اتمام تعداد تکرار به وقوع بپیوندد، محاسبات به پایان خواهد رسید. خطوط هم پتانسیل را می‌توان با استفاده از مقادیر بار آبی محاسبه شده رسم کرد. در صورت نیاز خطوط جریان را می‌توان ترسیم کرد و شبکهٔ جریان را به دست آورد. معمولاً هر چه تعداد بلوکها بیشتر باشد حل دقیقتر است ولی هزینه و وقت بیشتری لازم دارد.

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

مثال۱ ، جریان یک بعدی در محیط ناهمگن

شکل شماره (۸)، یک ستون افقی خاک را که جریان آب به صورت افقی از چپ به راست در آن در حرکت است نشان می‌دهد. این ستون خاک از سه نوع خاک ۱ ، ۲ و ۳ تشکیل شده است. بارآبی کلی ثابت در مرز سمت چپ در نقطه A، h_A ، برابر ۱۰ متر و بارآبی در مرز سمت راست در نقطه D ، h_D ، برابر با صفر است. ضریب هدایت هیدرولیکی سه خاک $50K_3 = K_2 = 5K_1$ انتخاب شده است. مقدار بارآبی کلی در تمامی نقاط بین مرزها مجهول است.



شکل ۸ دامنه جریان یک بعدی در محیط ناهمگن

با حل دقیق این مسأله به روش تحلیلی مقدار بارآبی کلی در نقطه B، ثرابر h_B=9.097 و بارآبی در نقطه C ، h_C=9.025 به دست آمده است. این مسأله با استفاده از معادلات شماره ۵، ۱۳ و ۲۶ برای حالت یک بعدی به وسیله صفحهٔ گسترده با انتخاب Δxهای مختلف برابر ۱، ۰/۵ ، ۰/۲۵ ، ۰/۱ و ۰/۰۵ متر حل شده است.

شکل (۹) مقایسه توزیع بارآبی را به وسیله هر دو روش نشان می‌دهد. بارآبی محاسبه شده با صفحهٔ گسترده (روش عددی) بسیار نزدیک به جوابهای تحلیلی است. شکل (۱۰) نشان دهنده اختلاف (خطا) بین بار آبی محاسبه شده توسط صفحهٔ گسترده با مقادیر حقیقی (حل تحلیلی) است. مقدار خطا برای $\Delta x = 0.05$ به علت بزرگ بودن خطا نسبت به بقیه موارد، نشان داده نشده است. مقدار خطا با دور شدن از مرزهای بار ثابت و بر خلاف انتظار با کاهش طول Δx افزایش می‌یابد. علت اینکه خطا با کاهش طول Δx افزایش می‌یابد این است که معادله حاکم بر جریان در هر خاک خطی است و هر چه طول Δx افزایش می‌یابد به واقعیت نزدیک تر است. در این مورد خاص، خطای روند کردن اعداد بیش از خطای انتخاب طول Δx است.

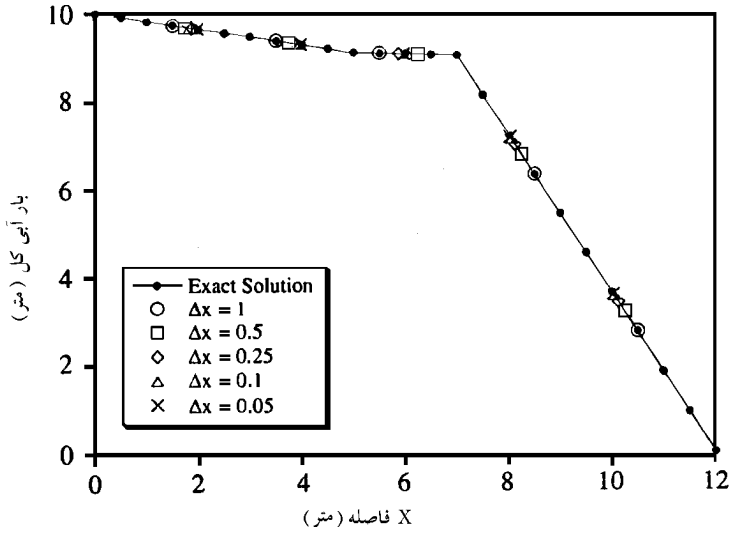
مثال۲ ، جریان دو بعدی در محیط همگن

برای توصیف روش بلوک صفحهٔ گسترده، یک مسأله مرزی که جوابهای دقیق آن، با استفاده از

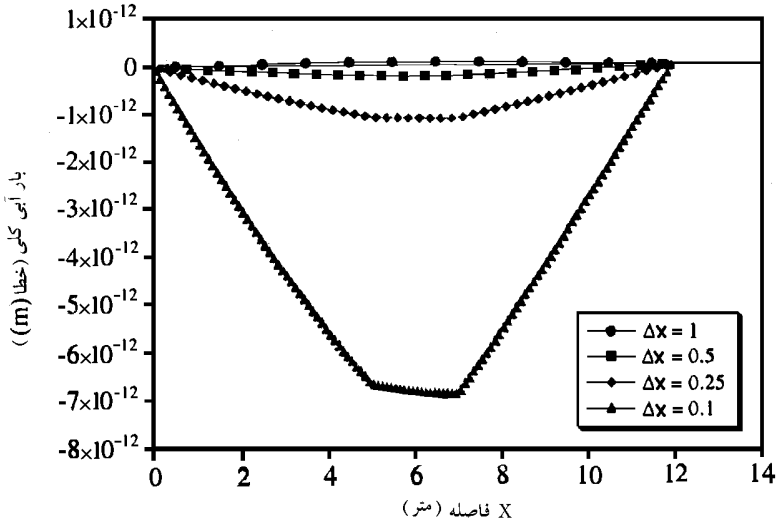
[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

حل تحلیلی دردست است حل‌شده و با جوابهای دقیق مقایسه شده است.این مثال با استفاده از نرم افزار صفحهٔ گسترده Excel 7.0 برروی کامپیوترشخصی پنتیوم اجرا شده وجوابهای به دست آمده با حل دقیق تحلیلی برابری می‌کند



شکل (۹) مقایسه توزیع بار آبی با Δxهای متفاوت



شکل (۱۰) اختلاف (خطا) بین بار آبی محاسبه شده توسط صفحه گسترده با مقادیر حقیقی (حل تحلیلی)

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

دقت روش بلوک بندی در صفحهٔ گسترده را می‌توان با حل این مثال دو بعدی که حل آن به روش تحلیلی به وسیلهٔ «تات ۱۹۶۲» [۷] ارائه شده، آزمایش کرد. شکل(۱۱) شکل هندسی دامنه مسأله را نشان می‌دهد. مرزهای AB و BC و CD مرزهای نفوذناپذیرند. بارآبی کلی در طول مرز AD با رابطهٔ خطی زیر تغییر می‌کند.

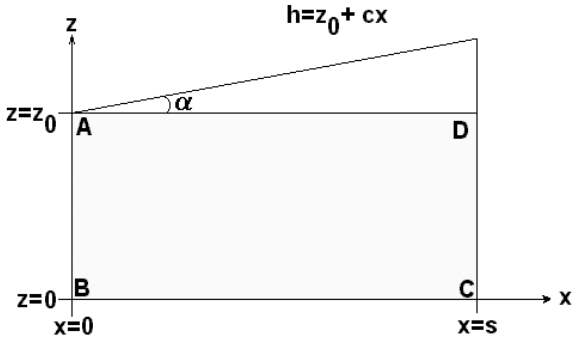
$$h(x,z)=z_0+cx \qquad (۲۸)$$

که در آن $c=\tan\alpha$ و α شیب سطح آب است. برای جریان پایدار در محیط همگن و یکسان حل دقیق از حل تحلیلی معادله لاپلاس به صورت زیر به دست می‌آید.

$$h(x,y)=z_0+\frac{cs}{2}-\frac{4cs}{\pi^2}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\cos\left[(2m+1)\frac{\pi x}{s}\right]\cosh\left[(2m+1)\frac{\pi z}{s}\right]}{(2m+1)^2\cosh\left[(2m+1)\frac{\pi z_0}{s}\right]} \qquad (۲۹)$$

که درآن s طول دامنه حل وz_0 ارتفاع از سطح مبنا در مرکز مختصات مطابق شکل‌شماره ۸ هستند.

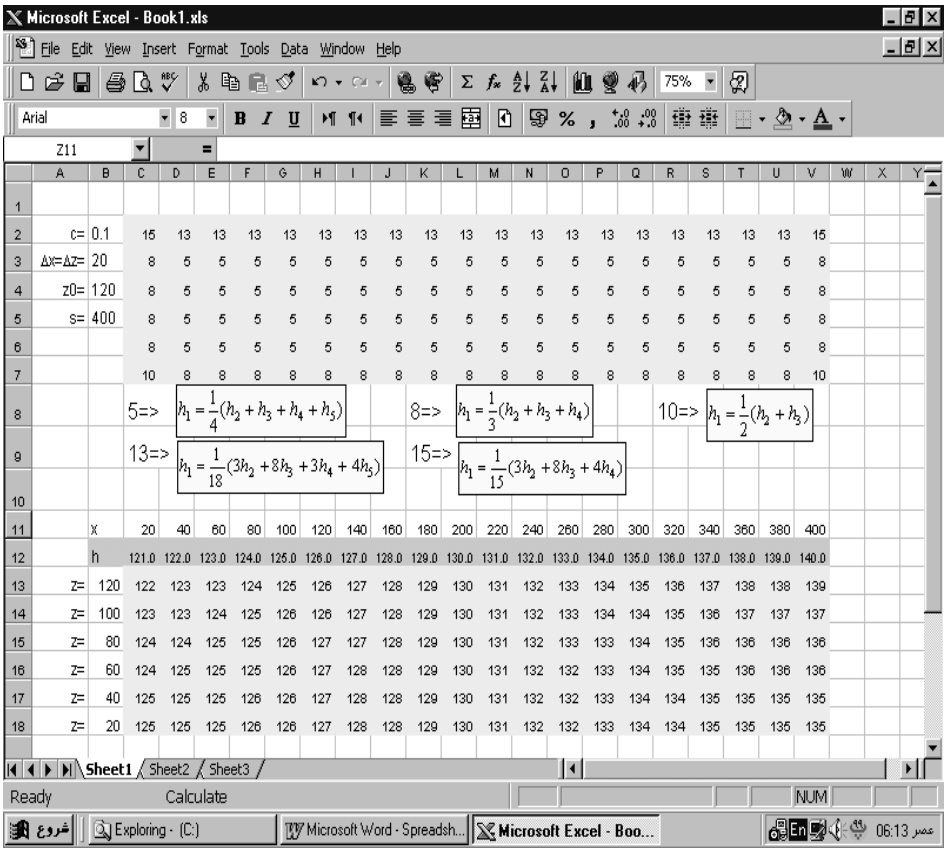
مسأله «*تات*۱۹۶۲»[۷] برای $s=400m$ و $z_0=120m$ و $c=0.05$ با استفاده ازصفحهٔ گسترده اکسل به صورت زیرحل شده است. پنج حل جداگانه برای $\Delta x=\Delta z=40,20,10,5,2.5m$ به دست آمده است. معادلات ۵، ۸، ۱۰، ۱۳، و ۱۵ برای این حل مورد نیاز است. شکل ۱۲ و ۱۳ حل را تنها برای $\Delta x=\Delta z=20m$ نشان می‌دهند.



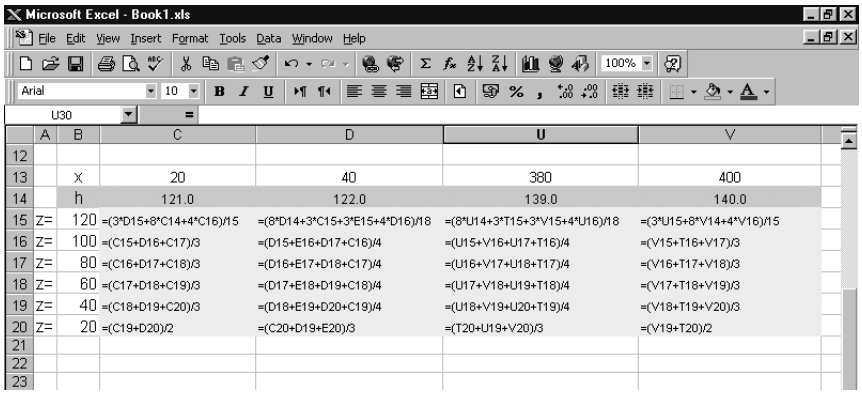
شکل (۱۱) مسأله جریان ناحیه ای Toth ، اقتباس از فریز و چری ۱۹۷۹

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]



شکل ۱۲ شماره معادلات استفاده شده و صفحهٔ گسترده محاسباتی اکسل

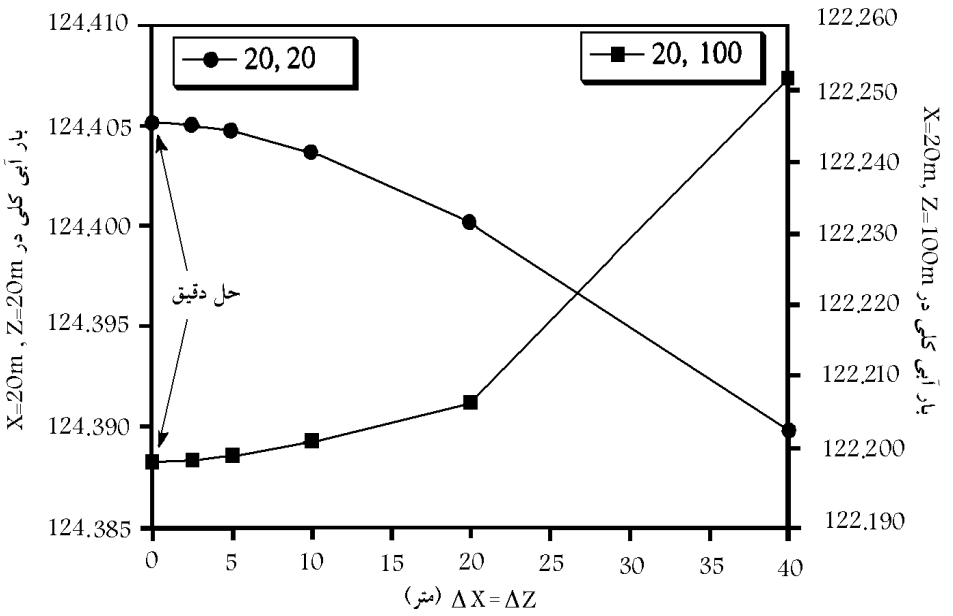


شکل(۱۳) نحوهٔ نوشتن معادلات در اکسل (ستونهای E تا T حذف شده‌اند)

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

شکل٤ نشان دهنده بارآبی کلی در امنه جریان دو عدی در نقاطی با مختصات (X=20, Z=20) و مختصات (X=20 ,Z=100) بـــه ازاء شبکه‌بنـدی Δx=Δz=40,20,10,5,2.5m می‌باشد.



شکل(١٤) مقدار بارآبی دردو نقطه از دامنه جریان دو بعدی برای Δx=Δzهای متفاوت بر حسب متر

همانطور که از این شکل دیده می‌شود، در هردو نقطه انتخابی در دامنه هر چه Δx=Δz کوچکتر می‌شود، مقدار حل به جواب دقیق نزدیکتر می‌گردد. درحقیقت خطای بارآبی محاسبه شده برای Δx=Δz=40m حدود ٠/٠٥ درصد نسبت به جواب دقیق می‌باشد. بنابراین، برای این مسأله حتی انتخاب شبکه بزرگ مقیاس نیز جوابهای بسیار مناسبی را به دست می‌دهد. این موضوع بخصوص حائز اهمیت است که برای مسئله تات، با انتخاب فواصل Δx=Δz=40m تعداد ٣٠ بلوک و با انتخاب Δx=Δz=2.5m تعداد ٧٦٨٠ عدد بلوک ایجاد خواهد شد و جواب مسأله با تقسیم دامنه به ٣٠ بلوک از دقت بسیلر خوبی برخوردار بوده و با جواب در حالتی که ٧٦٨٠ عدد بلوک انتخاب شود، برابری می‌کند.

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

مثال ۳ جریان بک بعدی مربوط به مسئله جیکوب (Jacob,1943)

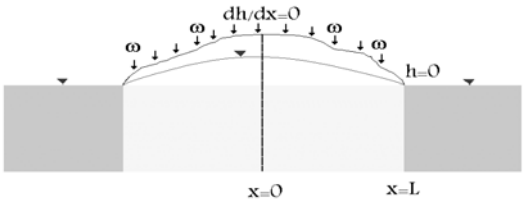
شکل ۱۵ مقطع یک جزیره مربوط به مسأله «Long Island جیکوب ۱۹٤۳» [٦] که به وسیلهٔ آب محصور شده و از بالا تغذیه می‌شود را نشان می‌دهد. معادله دیفرانسیل حاکم بر جریان پایدار در این جزیره با تغذیه از بالا به صورت زیر است:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{\omega}{T} \qquad (۳۰)$$

که در آن ω میزان تغذیه و v برابر h و T ضریب انتقال سفره می‌باشند. حل تحلیلی این مسأله با شرایط مرزی جریان صفر در مرکز جزیره (خط مقسم آبی) در X=0 و بارآبی ثابت در سطح دریا در X=L و X=-L به وسیله «جیکوب» به صورت زیر ارائه شده است.

$$v(x) = \omega\frac{(L^2 - x^2)}{2T} \qquad (۳۱)$$

با استفاده از معادله شماره (۳۱) حل تحلیلی این مسئله در شکل شماره (١٦) نشان داده شده است.



شکل(۱۵) دیاگرام مربوط به مثال۳ (جیکوب ۱۹٤۳)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	v(x)				L=	500	(m)		
2	-500	0	=$F$2*($F$1^2-A2^2)/(2*$F$3)			ω =	0.1	(m)		
3	-400	9	=$F$2*($F$1^2-A3^2)/(2*$F$3)			T=	500	(m^2/day)		
4	-300	16	=$F$2*($F$1^2-A4^2)/(2*$F$3)							
5	-200	21	=$F$2*($F$1^2-A5^2)/(2*$F$3)							
6	-100	24	=$F$2*($F$1^2-A6^2)/(2*$F$3)							
7	0	25	=$F$2*($F$1^2-A7^2)/(2*$F$3)							
8	100	24	=$F$2*($F$1^2-A8^2)/(2*$F$3)							
9	200	21	=$F$2*($F$1^2-A9^2)/(2*$F$3)							
10	300	16	=$F$2*($F$1^2-A10^2)/(2*$F$3)							
11	400	9	=$F$2*($F$1^2-A11^2)/(2*$F$3)							
12	500	0	=$F$2*($F$1^2-A12^2)/(2*$F$3)							
13										
14										

$$v(x) = \omega\left(\frac{L^2 - x^2}{2T}\right)$$

شکل ١٦ حل تحلیلی مسئله Long Island جیکوب ۱۹٤۳

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

بعلاوه حل این معادله با استفاده از صفحهٔ گسترده اکسل در شکل۱۷ نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، معادله ۱۷ برای شرایط جریان یک بعدی در بلوکهای صفحهٔ گسترده وارد شده و مسأله حل گردیده است. جوابهای به دست آمده از صفحهٔ گسترده با دقت بسیار زیاد به حل تحلیلی نزدیک است. لازم به ذکر است که در این مثال بار آبی h همان متغیر v است. حل مسئله با انتخاب فواصل کوچکتر برای Δx دقیق‌تر شده و به علت ناچیز بودن خطا در اینجا آورده نشده است.

O17 =

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	K (m) =	10	ΔX =	100								
2	ω (m) =	0.1	L =	500								
3												
4	-500	-400	-300	-200	-100	0	100	200	300	400	500	
5	0	9.0	16.0	21.0	24.0	25.0	24.0	21.0	16.0	9.0	0	
6												
7	C5=	0.5*(D5+B5)+($C$2/$C$1)*$E$1										
8	D5=	0.5*(E5+C5)+($C$2/$C$1)*$E$1										
9	E5=	0.5*(F5+D5)+($C$2/$C$1)*$E$1										
10	F5=	0.5*(G5+E5)+($C$2/$C$1)*$E$1										
11	G5=	0.5*(H5+F5)+($C$2/$C$1)*$E$1										
12	H5=	0.5*(I5+G5)+($C$2/$C$1)*$E$1										
13	I5 =	0.5*(J5+H5)+($C$2/$C$1)*$E$1										
14	J5 =	0.5*(K5+I5)+($C$2/$C$1)*$E$1										
15	K5=	0.5*(L5+J5)+($C$2/$C$1)*$E$1										
16												

شکل(۱۷) حل با صفحهٔ گسترده

مزایا و محدودیتهای روش

روش مدل‌سازی با بلوکهای صفحهٔ گسترده مزایای زیادی از جمله سادگی، دقت، گستردگی موضوعات مورد استفاده، تعدد نرم افزارهای صفحهٔ گسترده، سرعت زیاد در مدل سازی و زمان کم حل مسأله است. بعلاوه چون در این روش معادلات صفحهٔ گسترده با دست وارد می‌شود، کاربر درک عمیقی از مسأله به دست می‌آورد. این درک مسلماً حین استفاده از مدلهای تجاری نصیب کاربر نخواهد شد. از این نظر روش مذکور برای کلاسهای آموزشی و

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

تدریس بسیار کارا و مفید است.

روش مدل سازی با بلوکهای صفحهٔ گسترده همچنین دارای محدودیتهای متعددی است. اول این که، چون معادلات با دست نوشته می‌شود، اگرکاربر دقت زیاد نداشته باشد، به راحتی یک اشتباه کوچک کل جوابها را تحت الشعاع قرار می‌دهد. بعلاوه، روش تکرار، مورد استفاده در صفحهٔ گسترده امکان دارد قوی نباشد، «واتسون۱۹۹۳»[۹]، پیشنهاد می‌کند که درصورت نبودن همگرایی سریع روش تکرارمی‌توان با عوض کردن مرتبه محاسبات ازردیفی به ستونی یا برعکس سرعت همگرایی را افزایش داد. به عقیدهٔ «ینر ۱۹۹۳» [۱۲] شیوه‌های عددی پیشرفته نظیر SOR[1] را نمی توان به سادگی در حل با صفحات گسترده به کار برد.این روش همچنین محدود به شکل سلول مستطیلی شکل است و شکلهای دامنه که غیر مستطیلی هستند با بلوکهای مستطیل شکل ایجاد می‌گردند.از محدودیتهای دیگر آن که این روش برای مسائلی که جهت هدایت هیدرولیکی در جهتی غیر از عمودی و افقی باشند به کار نمی‌رود.

در حال حاضر این روش در حال توسعه است تا برای جریانهای غیر محبوس ، حالتهای غیر ماندگار و سه بعدی نیز کارایی لازم را داشته باشد. ادامه تحقیق در این موضوع بی‌تردید برای جریانهای غیر ماندگار یا ناپایدار جذاب خواهد بود.

نتیجه گیری

در این مقاله روش عمومی برای حل جریان پایدار محبوس با استفاده از مدل سازی با صفحهٔ گسترده کامپیوتری ارئه شده است و نتایج بدست آمده را می‌توان چنین خلاصه کرد:

معادلات به راحتی با استفاده از قانون دارسی و پیوستگی میان بلوکهای مجاور هم که مرز خطی با یکدیگر دارند ایجاد می‌گردند و استخراج معادله دیفرانسیل جزئی ضرورتی ندارد.

[1] Successive Over Relaxation

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

مثالهای ارائه شده نشان می‌دهند که روش حل با بلوکهای صفحهٔ گسترده حتی وقتی‌که بلوکها بزرگ در نظر گرفته می‌شوند، جوابهای نسبتاً دقیقی ارائه می‌دهد. برای مسائل دو بعدی با افزایش تعداد بلوکها و کوچکتر کرده آنها دقت جوابها بالا می‌رود.

روش حل با بلوکهای صفحهٔ گسترده به دلیل سادگی، دقت خوب، زمان کم، روشی جذاب و راهنمایی مناسب برای درک کلی از مسائل پیچیده بزرگ است. این روش محدودیتهایی نیز نظیر شکل هندسی مرزهای دامنهٔ جریان، قوی نبودن شیوه‌های عددی تکرار، عدم کارایی در محیطهای با جهات هدایت هیدرولیکی متفاوت را دارد.

منابع

1. Bear, J., *Dynamics of Fluids in Porous Media*, American Elsevier, New York (1972)764 .
2. Bear, J. and Verruijt A., *Modeling Groundwater Flow and Polution*, D.Reidel Publishing Co., Boston, (1987) 414.
3. Desai, C.S., *Flow through porous media*, Chapter 14 in *Numerical methods in Geotechnical Engineering*, C. Desai and J. Christian, Eds. McGraw-Hill, New York (1977) 458-505
4. Freeze, R. A. and Cherry, J.A. *Groundwater*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey (1979) 604 .
5. Harr, M.E., *Groundwater and Seepage*, McGraw-Hill, New York (1962) 315 .
6. Jacob, C.E., *Correlation of Ground-Water Levels and Precipitation on Long-Island,* New York. Transactions, American Geophysical Union, Papers--Hydrology (1943) 564-573.
7. Toth, J., *A Theory of Groundwater Motion in Small Drainage Basins in Central Alberta*, Journal of Geophysical Research, 67:4375-4387 (1962).
8. Wang, H.F. and Anderson, M.P., *Introduction to Groundwater Modeling*. W. F. Freeman and Co., San Fransisco (1982) 237 .

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]

9. Watson, P., *Discussion of Flownet diagrams- the use of finite difference and a spreedsheet to determine potential heads*, Ground Engineering, (1993) 26:9:30

10. Wiliams, B.P., Smyrell A.G., and Lewis P.J., *Flownet diagrams- the use of finite difference and a spreedsheet to determine potential heads*, Ground Engineering, 26:5:32-38 (1993).

11. Wolff, T.F., *Spreadsheet Aplication in Geotechnical Engineering*, PWS, Publishing, Co. Boston (1995) 305.

12. Yener, H.S., *Discussion of Flownet diagrams- the use of finite difference and a spreedsheet to determine potential heads*, Ground Engineering, (1993) 26:9:30

[Downloaded from system.khu.ac.ir on 2025-12-05]

[DOR: 20.1001.1.22286837.1382.1.1.3.4]