

ارائه معادلات تئوریک برای برآورد مقاومت فشاری و کششی خاک و خاک-سیمان مسلح شده

محمد مقدس، علی رئیسی استبرق*، امین سلطانی؛
دانشگاه تهران، دانشکده مهندسی و فناوری کشاورزی

تاریخ: دریافت ۹۶/۰۴/۲۵ پذیرش ۹۷/۰۲/۱۰

چکیده

بهسازی خاک‌های رسی به روش‌های مختلفی از جمله شیمیایی، مکانیکی و یا ترکیبی، به منظور بهبود خواص مکانیکی آن‌ها یکی از مسائل رایج در مهندسی ژئوتکنیک محسوب می‌شود. در این پژوهش نتایج آزمایشگاهی حاصل از مسلح سازی تصادفی خاک و خاک-سیمان با الیاف مصنوعی پلی‌پروپیلن در طول‌های گوناگون و درصد‌های وزنی مختلف از الیاف و سیمان از نظر آماری تجزیه و تحلیل شد. و اثر متغیرهای مستقل درصد وزنی الیاف، طول به قطر الیاف، درصد وزنی سیمان و زمان عمل‌آوری بر مقاومت فشاری و کششی خاک و خاک-سیمان تصادفی مسلح شده بررسی شد و معادلات رگرسیونی چندگانه برای تعیین میزان مقاومت فشاری و کششی با هم‌بستگی زیاد و خطای قابل قبول تعیین شد. نتایج آزمایشگاهی و تحلیل آماری نشان داد که مسلح‌سازی تصادفی خاک و خاک-سیمان با الیاف سبب افزایش در مقاومت فشاری و کششی می‌شود؛ علاوه بر این مقادیر آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده هم‌بستگی خوبی دارند.

واژه‌های کلیدی: الیاف مصنوعی، مسلح‌سازی تصادفی، خاک-سیمان، مقاومت خاک، مدل رگرسیونی

مقدمه

خاک‌های رسی معمولاً برای عملیات ساختمانی و اجرای پروژه‌های عمرانی مناسب نیست و خواص مکانیکی آن‌ها مانند مقاومت برشی و ظرفیت باربری مطلوب نیست. بهسازی خاک‌های رسی به منظور بهبود خواص مکانیکی آن‌ها یکی از مسائل رایج در

مهندسی ژئوتکنیک محسوب می‌شود. روش‌های تثبیت و بهسازی را می‌توان به روش‌های مختلفی از جمله شیمیایی، مکانیکی و یا ترکیبی از آن‌ها تقسیم کرد.

در روش تثبیت شیمیایی، افزودن مواد شیمیایی مانند آهک، سیمان و خاکستر بادی به خاک منجر به انجام واکنش‌های شیمیایی بین این مواد با مجموعه خاک و آب می‌شود، که باعث بهسازی و بهبود خواص مکانیکی خاک و افزایش مقاومت در مقایسه با خاک طبیعی می‌شود [۱]، [۲]، [۳].

مسلح‌سازی خاک با الیاف طبیعی و مصنوعی از روش‌های بهسازی مکانیکی خاک محسوب می‌شود، که باعث بهبود خواص مکانیکی خاک مانند افزایش در مقاومت و ظرفیت باربری آن می‌شود. مسلح‌سازی خاک به دو صورت انجام می‌پذیرد، در برخی موارد الیاف در سطوح بحرانی توده خاک قرار می‌گیرند که مسلح‌سازی متداول نام دارد. در روش دیگر الیاف به صورت تصادفی با توده خاک مخلوط می‌شوند و الیاف در سطوح گوناگون و تحت زاویه‌های متفاوت در داخل خاک قرار می‌گیرند، که مسلح‌سازی تصادفی خاک نامیده می‌شود. مسلح‌سازی تصادفی خاک با الیاف می‌تواند باعث افزایش مقاومت خاک و بهبود خواص مکانیکی آن شود [۴]، [۵]. همچنین تحقیقات نشان می‌دهد اثر متقابل بین خاک رس و الیافی که به صورت تصادفی با آن مخلوط می‌گردند باعث افزایش در مقاومت فشاری، شکل‌پذیری و مقاومت کششی و خمشی خاک می‌شود [۶]. در واقع می‌توان بیان داشت افزودن الیاف به خاک، به واسطهٔ جلوگیری از گسترش ترک‌های کششی به‌طور قابل ملاحظه‌ای روند گسیختگی را تغییر می‌دهد [۷].

افزودن سیمان به خاک باعث انجام واکنش‌های شیمیایی بین خاک، سیمان و آب شده که منجر به تشکیل ماده‌ای سخت می‌شود. افزودن درصد وزنی سیمان با افزایش مقاومت فشاری و البته افزایش در شکندگی همراه است. افزودن درصد وزنی زیادی از سیمان برای دستیابی به خواص مکانیکی مطلوب، ممکن است موجب پیدایش ترک‌های کششی در اثر کاهش رطوبت در توده خاک-سیمان طی عمل هیدراسیون گردد و در صورت عدم مقاومت کششی مناسب خاک، این ترک‌ها هنگام بارگذاری گسترش یافته و باعث کاهش مقاومت و گسیختگی خاک-سیمان می‌شوند. تحقیقات کانسولی و همکاران [۸]، ختاک و الرشیدی [۷]،

و تانگ و همکاران [۵]، حاکی از آن است که مسلح‌سازی خاک-سیمان با الیاف از گسترش ترک‌های کششی جلوگیری کرده و باعث افزایش مقاومت کششی خاک-سیمان می‌شود.

پارک [۹]، کانسولی و همکاران [۱۰]، احمد و همکاران [۱۱] و حمیدی و همکاران [۱۲]، تحقیقاتی در خصوص خاک-سیمان و خاک-سیمان مسلح شده با الیاف که متشکل از خاک ماسه‌ای بود، انجام داده‌اند. نتایج بررسی آن‌ها نشان داد مسلح‌سازی خاک-سیمان متشکل از خاک ماسه‌ای باعث افزایش در مقاومت می‌شود. بررسی‌ها در خصوص خاک-سیمان مسلح شده که متشکل از خاک رسی باشد نسبت به تحقیقات انجام شده در خصوص خاک‌های دانه‌ای محدود است [۱۳]. که از جمله آن‌ها، می‌توان به تحقیقات انجام شده توسط ختاک و الرشیدی [۷]، تانگ و همکاران [۵]، کومار و همکاران [۱۴]، استبرق و همکاران [۱۵] اشاره کرد. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان داد مسلح‌سازی خاک و خاک-سیمان باعث بهبود خواص مکانیکی خاک می‌شود. اولگان [۱۶] با انجام تحقیقات در خصوص خاک و خاک-سیمان متشکل از خاک رسی به این نتیجه رسید که افزایش درصد وزنی الیاف در نمونه‌های آزمایشی موجب افزایش مقاومت فشاری و کششی می‌شود. هم‌چنین نتایج تحقیقات آزمایشگاهی دیویا و همکاران [۱۷] در خصوص مسلح‌سازی دو نوع خاک چسبنده نشان داد که مسلح‌سازی باعث افزایش مقاومت کششی خاک می‌شود.

خاک و سیمان به‌صورت گسترده در پروژه‌های عمرانی در سرتاسر جهان و بخصوص در آمریکا مورد استفاده است [۷]. در برخی موارد ممکن است خاک در محل پروژه و منبع قرضه از نوع رس باشد و امکان انتقال خاک مناسب از منطقه‌ای دیگر وجود نداشته و یا از نظر اقتصادی قابل توجه نباشد. در نتیجه باید خاک رس موجود را بهسازی کرده و استفاده کرد. از آن‌جاکه افزودن مقدار زیادی سیمان برای بهسازی خاک رسی، باعث افزایش هزینه‌ها می‌شود و هم‌چنین ایجاد ترک‌های کششی در هنگام استفاده از درصد‌های زیاد سیمان، باعث کاهش مقاومت نیز می‌شود، از این رو، برای رفع این مشکل مسلح‌سازی خاک-سیمان روشی موثر است که ضمن افزایش مقاومت خاک(فشاری و کششی)، باعث صرفه‌جویی در میزان سیمان مصرفی نیز می‌شود و از لحاظ اقتصادی دارای توجیه است. در نتیجه می‌توان از این روش در پروژه‌های مختلف عمرانی استفاده کرد.

هدف اصلی در این پژوهش ارائه دو مدل رگرسیونی مناسب برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و کششی بیشینه خاک و خاک-سیمان مسلح شده با الیاف است، که در آن متغیرهای درصد وزنی الیاف، طول به قطر الیاف، درصد وزنی سیمان و زمان عمل‌آوری سیمان به‌عنوان متغیرهای تأثیرگذار بر مقاومت در نظر گرفته شده است. صحت‌سنجی این دو مدل با استفاده از نتایج آزمایشگاهی تحقیق استبرق و همکاران [۱۸] صورت گرفته است.

مواد و روش‌ها

۱. خاک

خاک استفاده شده در این پژوهش از نوع رسی انتخاب شد، که متشکل از ۸٪ شن، ۲۷٪ ماسه، ۵۳٪ سیلت و ۱۲٪ رس است.

جدول ۱. مشخصات فیزیکی و مکانیکی خاک استفاده شده

مقدار	مشخصه
۴۹/۲	حد روانی (%)
۲۶/۱	حد خمیری (%)
۲۳/۱	شاخص خمیری (%)
۱۵	حد انقباض (%)
۱۷/۲	رطوبت بهینه (%)
۱۷/۱	وزن واحد حجم خشک بیشینه (kN/m^3)
۲/۷	وزن مخصوص (G_s)

با توجه به حدود آتربرگ در جدول ۱، خاک مذکور مطابق با معیار طبقه‌بندی USCS از نوع رس با خاصیت خمیری پایین (CL) است؛ آزمایش‌های شناسایی این خاک مطابق با استانداردهای ASTM انجام گرفت که نتایج آن در جدول ۱ آورده شده است.

۲. سیمان

سیمان قابل دسترس و استفاده شده در این پژوهش از نوع پرتلند معمولی تیپ ۲ با وزن مخصوص ۳/۱۵ است، و مشخصات فیزیکی و مکانیکی آن مطابق با استاندارد ASTM تعیین شد. که این مشخصات در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. مشخصات فیزیکی و مکانیکی سیمان استفاده شده

مقدار	مشخصه
۲۹/۲	غلظت نرمال (%)
۱۰۸	گیرش اولیه (دقیقه)
۱۸۰	گیرش نهایی (دقیقه)
۲۳۰۰۰	مقاومت فشاری ۷ روزه (kPa)
۳۴۰۰۰	مقاومت فشاری ۲۸ روزه (kPa)
۱۵۵۰	مقاومت کششی ۷ روزه (kPa)
۲۴۰۰	مقاومت کششی ۲۸ روزه (kPa)

۳. الیاف

در این پژوهش برای مسلح سازی خاک طبیعی و مخلوط خاک-سیمان از الیاف مصنوعی پلی پروپیلن با درصدهای وزنی ۰/۵ و ۱ درصد و با طولهای مختلف ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ میلی متر استفاده شد. مشخصات فیزیکی و مکانیکی الیاف استفاده شده بر اساس اطلاعات اخذ شده از تولید کننده در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳. مشخصات فیزیکی و مکانیکی الیاف استفاده شده

مقدار / توضیح	مشخصه
منفرد	نوع الیاف
۰/۹۳	وزن مخصوص
۰/۲	قطر (mm)
۳۸۰	مقاومت کششی (MPa)
۱۳۵-۱۵۰	محدوده ذوب (°C)
بالا	مقاومت در مقابل اسید
صفر	جذب آب

۴. تهیه نمونه

برای ساخت نمونه ها، خاک و خاک-سیمان در دو درصد وزنی ۸ و ۱۰ درصد سیمان با چهار طول مختلف از الیاف (۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ میلی متر) مخلوط شد؛ به طوری که الیاف استفاده شده در طولهای مختلف شامل دو درصد وزنی ۰/۵ و ۱٪ از الیاف بود. با انجام

آزمایش تراکم طبق استاندارد ASTM D698-07 رطوبت بهینه و وزن واحد حجم خشک بیشینه برای هر نمونه به دست آمد؛ سپس نمونه‌ها برای مخلوط‌های مختلف خاک-سیمان-الیاف بر اساس روش تراکم استاتیکی و مطابق با رطوبت بهینه و وزن واحد حجم خشک بیشینه‌ی هر مخلوط تهیه شد.

تهیه نمونه برای انجام آزمایش‌ها از خاک و یا مخلوط خاک با سیمان مسلح و غیرمسلح مورد نظر در یک قالب مخصوص استوانه‌ای شکل از روش تراکم استاتیکی انجام شد. این قالب دارای قسمت میانی با قطر و ارتفاع به ترتیب ۵۰ و ۱۰۰ میلی‌متر بود و در ابتدا و انتهای آن دو گردنه (Extension) به ارتفاع ۲۰ میلی‌متر قرار داشت. برای انجام این کار در ابتدا رطوبت نمونه‌های مورد نظر به رطوبت بهینه حاصل از آزمایش تراکم استاندارد انجام شده روی نمونه‌ها رسانده شد و سپس خاک در سه لایه داخل قالب ریخته شد. هر لایه با اعمال بار به وسیله یک دستگاه بارگذاری با سرعت ۱/۵ میلی‌متر در دقیقه متراکم شد به طوری که وزن واحد حجم خشک آن معادل با وزن واحد حجم خشک بیشینه حاصل از نتیجه آزمایش تراکم استاندارد شود (میزان بار اعمال شده با روش سعی و خطا برای حصول وزن واحد حجم خشک بیشینه برای نمونه‌های مختلف تعیین شد).

برای نمونه‌های شامل سیمان به دلیل تأثیرپذیری مقاومت سیمان از زمان عمل‌آوری، نمونه‌های خاک-سیمان و خاک-سیمان مسلح شده با الیاف طبق استاندارد ASTM D1632-07 در دمای ۲۲ درجه سانتی‌گراد و رطوبت اشباع برای زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه نگه‌داری شد؛ و بعد از آن تحت آزمایش‌های مقاومت فشاری و کششی قرار گرفتند.

روش انجام آزمایش

۱. آزمایش مقاومت فشاری

آزمایش مقاومت فشاری بر نمونه‌های آزمایشی تهیه شده از اختلاط‌های مختلف خاک و خاک-سیمان مسلح شده با الیاف مصنوعی مطابق با استاندارد ASTM D1633-07 انجام شد. بدین‌منظور نمونه‌های آزمایشی در دستگاه آزمایش تک‌محوری تحت سرعت ۱ میلی‌متر

در دقیقه بارگذاری شدند؛ هم‌چنین تغییرات نیرو و شکل به‌وسیله گنج تا لحظه گسیختگی نمونه به‌صورت پیوسته ثبت شد.

۲. آزمایش مقاومت کششی

برای انجام آزمایش مقاومت کششی، آزمایشی تحت عنوان آزمایش تست برزیلین (مقاومت کششی دو نیم شدن)^(۱) ASTM D3967-08 انجام شد. این روش را محققانی مانند کومار و همکاران [۱۴]، اولگان [۱۶] و دیویا و همکاران [۱۷] نیز برای تعیین مقاومت کششی خاک و خاک مسلح شده تصادفی استفاده شده است. در این روش نمونه‌های ساخته شده (طول ۱۰۰ و قطر ۵۰ میلی‌متر) به‌صورت افقی و از جانب قطر سیلندر تحت بارگذاری پیوسته قرار می‌گیرند؛ که به‌واسطه نیروهای کششی ایجاد شده در نمونه سبب گسیختگی آن می‌شود. فرمولی که برای محاسبه مقاومت کششی استفاده می‌شود بدین‌شرح است (رابطه ۱):

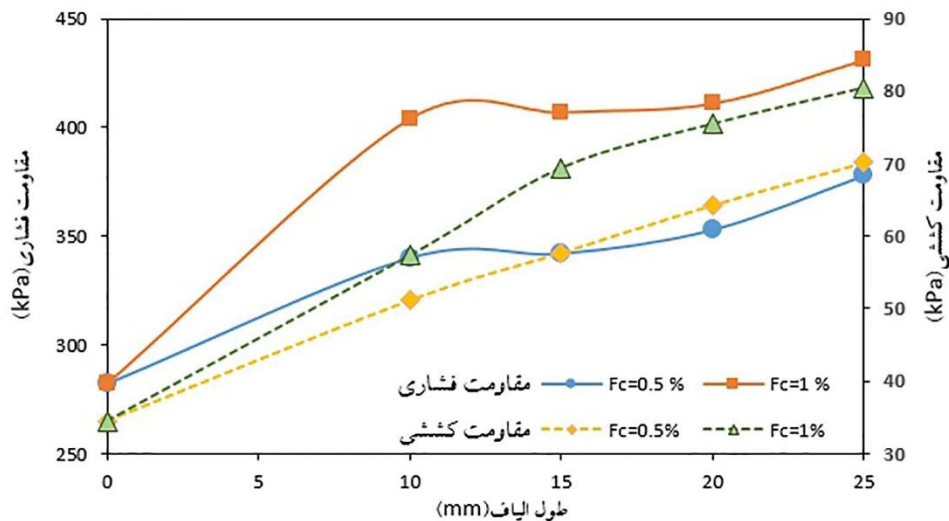
$$T = \frac{2 \times P}{\pi \times L \times d} \quad (1)$$

که در آن P بار اعمال شده (kN)، d قطر نمونه (m)، L طول نمونه (mm) و T مقاومت کششی (kPa) است.

نتایج آزمایشگاهی و بحث

آزمایش‌ها برای نمونه‌های خاک طبیعی، خاک الیاف، خاک-سیمان و خاک-سیمان مسلح شده با الیاف، با درصدهای ۰/۵ و ۱٪ الیاف و طول‌های متفاوت ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ میلی‌متر و دو درصد (۸ و ۱۰٪) سیمان در زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه صورت گرفته است. نتایج آزمایش‌های مقاومت فشاری و کششی برای خاک و خاک مسلح شده با الیاف در طول‌های گوناگون (۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ میلی‌متر) به‌ازای درصدهای وزنی ۰/۵ و ۱ درصد از الیاف (۱٪ و ۰/۵٪) در شکل ۱ آورده شده است.

چنان‌که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، مقدار مقاومت فشاری نهایی خاک غیرمسلح ۲۸۲ کیلوپاسکال است. درحالی‌که با عمل مسلح‌سازی خاک و افزودن الیاف مصنوعی به‌طول ۱۰ میلی‌متر در دو درصد وزنی ۰/۵ و ۱ درصد مقاومت فشاری بیشینه به‌ترتیب به ۳۴۰ و ۴۰۴ کیلوپاسکال افزایش می‌یابد. چنان‌که در شکل ۱ ملاحظه می‌شود با افزایش طول الیاف در



شکل ۱. تغییرات مقاومت فشاری بیشینه و مقاومت کششی خاک غیر مسلح و خاک مسلح شده با ۰/۵ و ۱ درصد وزنی الیاف (۱٪ و ۰/۵٪) در طول‌های مختلف از الیاف (۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ میلی‌متر)

یک درصد وزنی ثابت از الیاف تغییر محسوسی در مقاومت فشاری ایجاد نمی‌شود. می‌توان گفت که افزایش مقاومت خاک مسلح شده بر اثر اصطکاک حاصل بین ذرات خاک و سطوح الیاف ایجاد می‌شود. لیکن چنان‌که تحقیقات احمد و همکاران [۱۱] و پاراباکار و اسرایدهار [۴]، نشان داد افزایش طول الیاف در یک درصد وزنی ثابت باعث چسبیدن الیاف به یک‌دیگر در هنگام اختلاط با خاک شده که موجب کاهش اصطکاک بین ذرات خاک و الیاف می‌شود. در نتیجه موجب کاهش و یا ثابت ماندن مقاومت فشاری خاک مسلح شده می‌شود. از طرفی دیگر ماهر و گری [۱۹] با تحقیقات خود بر اثر طول الیاف بر خصوصیات مکانیکی یک خاک دانه‌ای مسلح شده به این نتیجه رسیدند که در یک درصد وزنی از الیاف افزایش طول تا مقداری مشخص موجب افزایش مقاومت می‌شود و بعد از آن افزایشی مشاهده نمی‌شود. آن‌ها بیان کردند که در سطح برش حاصل از بارگذاری احتمال وجود تعداد الیاف‌هایی با طول کم‌تر بیش‌تر از الیاف‌هایی با طول بزرگ‌تر از یک مقدار مشخص است که این امر باعث

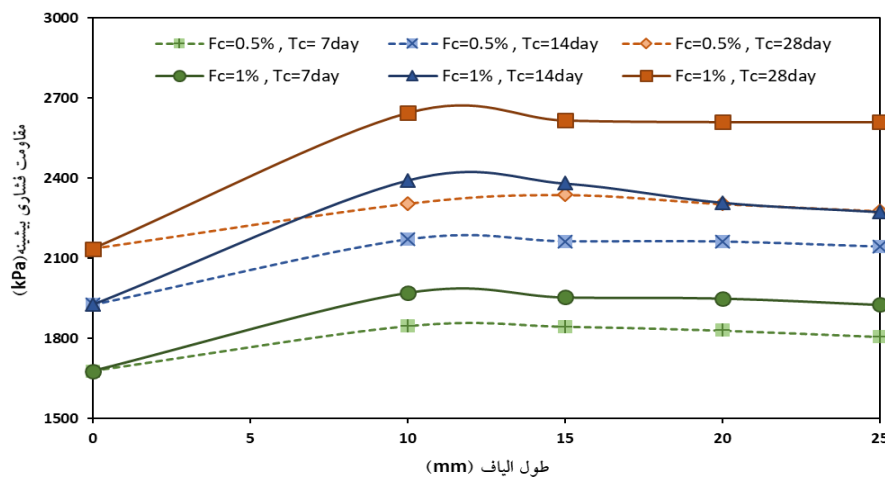
افزایش مقاومت نمونه‌های مسلح شده با الیاف به طول کوچک‌تر و ثابت ماندن یا کاهش مقاومت برای الیاف با طول بزرگ‌تر می‌شود.

هم‌چنین افزایش درصد وزنی الیاف به‌ازای طول ثابت الیاف باعث افزایش چشم‌گیرتر در مقاومت فشاری بیشینه می‌شود. مقاومت فشاری بیشینه برای خاک مسلح شده با الیاف به طول ۲۵ میلی‌متر با استفاده از ۰/۵ درصد وزنی الیاف ($F_c = ۰/۵\%$)، ۳۷۸ کیلوپاسکال است (شکل ۱). درحالی که با استفاده از درصد وزنی ۱ درصد ($F_c = ۱\%$) مقاومت فشاری بیشینه ۴۳۱ کیلوپاسکال می‌شود. می‌توان این‌گونه بیان داشت که با افزایش درصد وزنی، تعداد رشته‌های الیاف موجود در نمونه افزایش یافته که موجب افزایش اصطکاک میان سطح تماس الیاف با ذرات خاک می‌شود [۶]. این یافته‌ها با نتایج گزارش شده تانگ و همکاران [۵] و اتم و همکاران [۲۰] هماهنگ و مطابق است.

مقاومت کششی خاک و خاک مسلح شده با الیاف در درصدهای وزنی ۰/۵ و ۱ درصد و طول‌های گوناگون (۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ میلی‌متر) در شکل ۱ نشان داده شده است. مقاومت کششی خاک طبیعی ۳۴/۴ کیلوپاسکال است که با افزودن الیاف به طول ۱۰ میلی‌متر این مقدار برای درصدهای وزنی ۰/۵ و ۱ درصد به‌ترتیب به ۵۱/۱ و ۵۷/۳ کیلوپاسکال افزایش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که افزایش مقاومت کششی نمونه‌های مسلح شده با درصد وزنی ثابتی از الیاف متناسب با افزایش طول الیاف است. به‌طورمثال در نمونه‌های شامل ۱ درصد وزنی از الیاف ($F_c = ۱\%$) مقاومت کششی برای نمونه‌های شامل الیاف با طول ۱۵، ۲۰ و ۲۵ به‌ترتیب ۶۹/۴، ۷۵/۵ و ۸۰/۵ کیلوپاسکال است. می‌توان گفت در هنگام اعمال بار برای تعیین مقاومت کششی در نمونه ترک‌های کششی ایجاد می‌شود و الیاف‌ها درمیان فضای بین این ترک‌ها مانند یک اتصال یا پیوند بین دو نیمه ترک عمل می‌کنند و موجب جلوگیری از گسیختگی نمونه می‌شوند. هنگامی که طول الیاف افزایش می‌یابد میزان فرورفتگی آن در دو نیمه ترک بیش‌تر می‌شود و مقدار بار بیش‌تری را تحمل می‌کند که موجب افزایش مقاومت بیش‌تری نسبت به کشش می‌شود [۱۷]. این یافته با نتایج حاصل از کار تحقیقاتی دیویا و همکاران [۱۷] مطابق است.

شکل ۲، تغییرات مقاومت فشاری بیشینه برای خاک-سیمان با ۸٪ سیمان و مسلح شده با دو درصد وزنی الیاف و طول‌های متفاوت و زمان‌های عمل‌آوری مختلف را نشان می‌دهد؛ با بررسی شکل ۲ مشخص می‌شود که افزودن الیاف به مخلوط خاک-سیمان سبب افزایش مقاومت فشاری آن می‌شود، به طوری که این افزایش را می‌توان تابعی از درصد وزنی سیمان، زمان عمل‌آوری نمونه و درصد وزنی الیاف استفاده شده دانست. مقاومت فشاری برای خاک سیمان غیر مسلح با ۸ درصد وزنی سیمان ($C_c = 8\%$) در زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه به ترتیب ۱۶۷۸، ۱۹۲۷ و ۲۱۳۶ کیلوپاسکال است. که با مسلح‌سازی آن به وسیله الیاف با درصد وزنی ۰/۵ درصد ($F_c = 0.5\%$) و طول ۱۰ میلی‌متر مقاومت فشاری بیشینه در زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه به ترتیب ۱۸۴۷، ۲۱۷۱ و ۲۳۰۵ کیلوپاسکال می‌شود. هم‌چنین با مسلح‌سازی خاک-سیمان متشکل از ۸ درصد وزنی سیمان به وسیله الیاف با درصد وزنی ۱ درصد ($F_c = 1\%$) و طول ۱۰ میلی‌متر مقاومت فشاری بیشینه در زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه به ترتیب ۱۹۷۱، ۲۳۹۲ و ۲۶۴۵ کیلوپاسکال می‌شود. چنان‌که بیان شد مشاهده می‌شود با افزایش درصد وزنی الیاف تعداد رشته‌های الیاف موجود در نمونه افزایش یافته که موجب افزایش در مقاومت فشاری می‌شود. هم‌چنین ملاحظه می‌شود مقاومت در زمان‌های عمل‌آوری مختلف بر اثر مسلح‌سازی با الیاف به طول ۱۰ میلی‌متر افزایش می‌یابد و پس از آن افزایش طول الیاف اثر چشم‌گیری در افزایش مقاومت فشاری بیشینه ندارد بلکه در برخی موارد موجب کاهش اندک آن نیز می‌گردد. این نتایج مشابه با نتایج حاصل از مقاومت فشاری بیشینه خاک مسلح شده با الیاف در طول‌های مختلف در یک درصد وزنی ثابت از الیاف است که دلایل مرتبط با آن مشابه با دلایل ارائه شده در خصوص مسلح‌سازی خاک در شکل ۱ است.

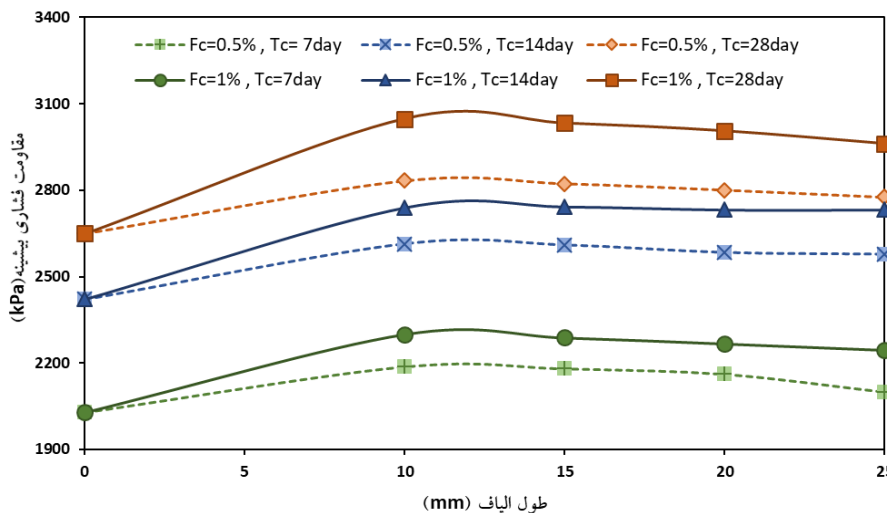
شکل ۳ نتایج مقاومت فشاری بیشینه برای خاک-سیمان با ۱۰٪ سیمان و مسلح شده با دو درصد وزنی ۰/۵ و ۱ درصد از الیاف با طول‌های مختلف را در سه زمان عمل‌آوری مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود مقاومت فشاری بیشینه خاک-سیمان غیر مسلح با ۱۰ درصد وزنی سیمان ($C_c = 10\%$) در زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه به ترتیب ۲۰۲۹، ۲۴۲۱ و ۲۶۵۰ کیلوپاسکال است که در مقایسه با استفاده از ۸ درصد وزنی از سیمان (شکل



شکل ۲. تغییرات مقاومت فشاری بیشینه خاک-سیمان با ۸ درصد سیمان ($C_c = 8\%$) و مسلح شده با ۰/۵ و ۱ درصد الیاف (۱٪ و ۰/۵٪ F_c) در طول‌های مختلف و زمان‌های عمل‌آوری ($T_c = 7, 14, 28$ روزه) (۷، ۱۴، ۲۸ روزه)

(۲) افزودن ۱۰ درصد وزنی سیمان، در زمان‌های عمل‌آوری مشابه به‌ترتیب باعث افزایش ۲۰/۹۲، ۲۵/۶۳ و ۲۴/۰۶ درصدی در مقدار مقاومت فشاری بیشینه می‌شود. نتایج مورد بحث مشابه با نتایج باهر و همکاران [۱] و تانگ و همکاران [۵] است.

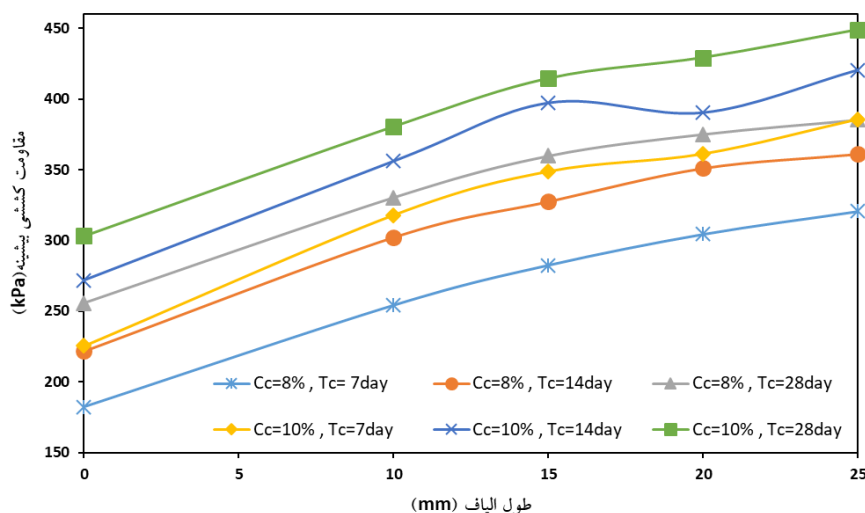
هم‌چنین طبق شکل ۳ مشاهده می‌شود نتایج حاصل از مسلح‌سازی خاک-سیمان متشکل از ۱۰ درصد وزنی سیمان مطابق با نتایج خاک-سیمان با ۸ درصد وزنی سیمان در شکل ۲ است. برای نمونه با افزودن الیاف با درصد وزنی ۰/۵ درصد ($F_c = 0.5\%$) و طول ۱۰ میلی‌متر مقاومت فشاری بیشینه در زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه به‌ترتیب ۲۱۸۸، ۲۶۱۴ و ۲۸۳۳ کیلوپاسکال است که مقاومت فشاری بیشینه به‌ترتیب ۷/۸۴، ۷/۹۷ و ۶/۹۰ درصد نسبت به خاک-سیمان (۱۰ درصد سیمان) غیرمسلح افزایش می‌یابد و پس از آن افزایش طول الیاف اثر قابل ملاحظه‌ای در افزایش مقاومت فشاری بیشینه ندارد و در برخی موارد موجب کاهش آن نیز می‌شود.



شکل ۳. تغییرات مقاومت فشاری بیشینه خاک-سیمان با ۱۰ درصد سیمان ($C_c = 10\%$) و مسلح شده با ۰/۵ و ۱ درصد الیاف (۱٪ و ۰/۵٪ F_c) در طول‌های مختلف و زمان‌های عمل‌آوری ($T_c = 7, 14, 28$ روز)

روند افزایش مقاومت فشاری بیشینه در خاک-سیمان مسلح شده با الیاف را می‌توان این‌گونه بیان کرد؛ که با افزایش سیمان به خاک، فرآیند هیدراسیون باعث سخت شدن (سمتته شدن) ذرات خاک می‌شود و مخلوط ساخته شده مقاومت بیش‌تری نسبت به خاک رسی دارد. هنگامی که الیاف به مخلوط خاک-سیمان اضافه می‌شوند، سطح الیاف به محصولات ناشی از هیدراسیون سیمان و ذرات خاک می‌چسبد که با گذشت زمان و افزایش زمان عمل‌آوری شبکه‌ای از کریستال در اطراف الیاف تشکیل شده که از حرکت نسبی الیاف جلوگیری کرده و شبکه مستحکمی از خاک، سیمان و الیاف تشکیل می‌شود؛ که نهایتاً کارایی انتقال بار به الیاف را افزایش می‌دهد [۵]. به‌همین دلیل افزایش در میزان درصد وزنی الیاف در طول ثابت به منزله افزایش اصطکاک بین ذرات خاک و الیاف و در نتیجه افزایش مقاومت است. هم‌چنین در یک درصد وزنی مشخص از الیاف افزایش طول سبب کاهش تعداد الیاف به‌کار رفته و کاهش اصطکاک بین ذرات و الیاف می‌شود که نتیجه آن عدم تغییر و یا بعضاً کاهش میزان مقاومت است [۱۸].

شکل ۴ مقاومت کششی خاک-سیمان با ۸ و ۱۰٪ وزنی سیمان و مسلح شده با ۰/۵ درصد وزنی الیاف در طول‌های متفاوت و زمان‌های عمل‌آوری مختلف را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود مقاومت کششی خاک-سیمان با افزایش درصد سیمان و یا افزایش زمان عمل‌آوری، افزایش می‌یابد. هم‌چنین مسلح‌سازی خاک-سیمان با ۰/۵ درصد وزنی الیاف موجب افزایش در مقاومت کششی می‌شود.



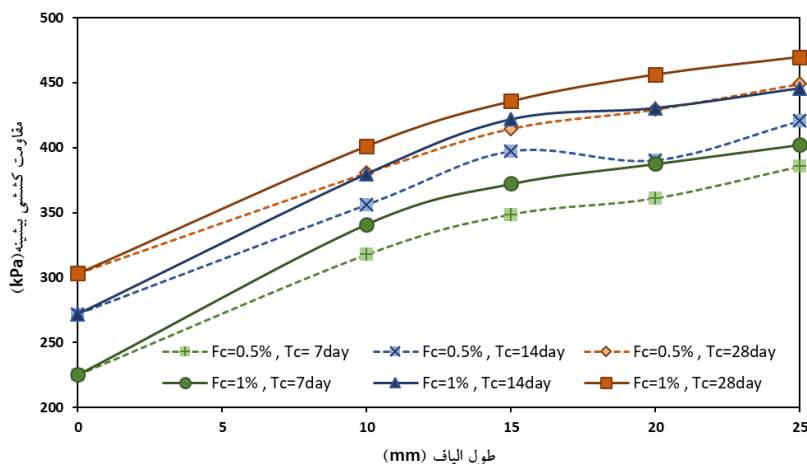
شکل ۴. تغییرات مقاومت کششی بیشینه خاک-سیمان با ۸ و ۱۰ درصد وزنی سیمان (۱۰٪ و ۸٪ $C_c =$ و مسلح شده با ۰/۵ درصد وزنی الیاف ($F_c = 0.05$) در طول‌های مختلف و زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه ($T_c = 7, 14, 28 \text{ day}$)

طبق شکل ۴ مقاومت کششی ۷ روزه برای خاک-سیمان غیر مسلح، متشکل از ۸ و ۱۰ درصد وزنی سیمان به ترتیب $182/3$ و $225/4$ کیلوپاسکال است که مسلح‌سازی با الیاف به طول ۱۰ میلی‌متر به ترتیب باعث افزایش این مقادیر به میزان $39/5$ و 41 درصد می‌شود. این نتایج با توضیحات شکل ۱ در خصوص تأثیر مسلح‌سازی خاک بر افزایش مقاومت کششی هم‌خوانی دارد. هم‌چنین افزایش طول الیاف در یک درصد وزنی ثابت باعث افزایش سطح تماس و اصطکاک بین سطح الیاف و محصولات حاصل از هیدراسیون سیمان می‌شود که موجب افزایش در مقاومت کششی می‌شود [۱۶].

هم‌چنین برای بررسی اثر درصد وزنی الیاف بر مقاومت کششی، نتایج مسلح‌سازی خاک-سیمان با ۱۰ درصد سیمان در شکل ۵ آورده شده است؛ به‌طوری‌که تغییرات مقاومت کششی خاک-سیمان با ۱۰ درصد وزنی سیمان ($C_c = 10\%$) و مسلح‌شده با ۰/۵ و ۱ درصد وزنی الیاف (۱٪ و ۰/۵٪) در طول‌های مختلف و زمان‌های عمل‌آوری متفاوت را نشان می‌دهد. چنان‌که در قبل بیان شد و در شکل مشخص است با افزایش زمان عمل‌آوری، درصد وزنی الیاف و طول الیاف، مقاومت کششی نیز افزایش می‌یابد. طبق شکل ۵ مشاهده می‌شود، مقادیر مقاومت کششی برای خاک-سیمان مسلح شده با ۰/۵ درصد وزنی از الیاف (۰/۵٪ $F_c =$ به طول ۱۰ میلی‌متر در زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه به‌ترتیب ۳۱۷/۹، ۳۵۶/۱ و ۳۸۰/۷ کیلوپاسکال است؛ این در حالی است که با استفاده از ۱ درصد وزنی از الیاف (۱٪ $F_c =$ در طول یک‌سان (۱۰ میلی‌متر) به‌ترتیب این مقادیر در زمان‌های عمل‌آوری مشابه به‌میزان ۷/۳۲، ۶/۶۵ و ۵/۳۸ درصد افزایش می‌یابند. این نتایج مشابه با یافته‌های محققانی مانند کومار و همکاران [۱۴] و اولگان [۱۶] است. کومار و همکاران [۱۴] با انجام آزمایش‌های متعدد بر نمونه خاک مطلع شد در مخلوط خاک، آهک و خاکستر بادی که با الیاف مسلح شده بودند، افزایش طول و درصد وزنی الیاف باعث افزایش مقاومت کششی می‌شود. اولگان [۱۶] نیز با انجام تحقیقات در خصوص مقاومت کششی مخلوط خاک سیمان و خاکستر بادی مسلح شده نتیجه‌گیری کرد، افزایش طول الیاف تا طول مشخصی از الیاف موجب افزایش مقاومت کششی می‌شود.

مدل رگرسیونی

تجزیه و تحلیل رگرسیونی یک روش آماری برای بررسی مسائل و یافتن رابطه بین عوامل مؤثر در یک پدیده، در علوم مختلف از جمله علوم مهندسی است. در این روش اگر فقط تأثیر یک متغیر مستقل بر پدیده‌ای بررسی شود به آن مدل، مدل رگرسیونی خطی ساده گویند؛ ولی در صورتی که در تجزیه و تحلیل‌ها اثر بیش از یک متغیر به‌طور هم‌زمان مد نظر قرار گیرد، آن را مدل رگرسیونی چند متغیره می‌نامند. از سوی دیگر می‌توان برای بیان رابطه و مدل‌سازی یک متغیر وابسته که از چندین متغیر مستقل تأثیر می‌پذیرد، بین متغیرها از روش رگرسیونی روابطی را به‌صورت ترکیب خطی و یا غیرخطی از آن متغیرها توسعه داد.



شکل ۵. تغییرات مقاومت کششی پیشینه خاک-سیمان با ۱۰ درصد وزنی سیمان ($G_c = 10\%$) و مسلح شده با ۰/۵ و ۱ درصد وزنی الیاف (۱٪ و ۰/۵٪) در طول‌های مختلف و زمان‌های عمل‌آوری ۷، ۱۴ و ۲۸ روزه ($T_c = 7, 14, 28 \text{ day}$)

بررسی منابع موجود نشان می‌دهد تحقیقات محدودی در خصوص مدل‌سازی رگرسیونی برای خاک و خاک-سیمان مسلح شده تصادفی، انجام شده است. رانجان و همکاران [۲۱] با استفاده از تجزیه و تحلیل رگرسیونی، رابطه‌ای برای پیش‌بینی مقاومت برشی خاک غیر چسبنده‌ای که با الیاف طبیعی و مصنوعی به صورت تصادفی مسلح شده بود ارائه دادند. آلی احمد [۲۲] برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و کششی، خاک و خاک-سیمان متشکل از خاک ماسه‌ای که با الیاف پلی‌استر مسلح شده بود، یک مدل رگرسیونی ساده را ارائه کرد، که در آن سه متغیر مستقل درصد وزنی الیاف، طول الیاف و نسبت ابعاد الیاف برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و کششی استفاده شد. هم‌چنین سیواکومار بابو و همکاران [۲۳] و استبرق و همکاران [۲۳] با بررسی پدیده رگاب و استفاده از روش‌های رگرسیونی، مدل‌هایی برای پیش‌بینی سرعت و نیروی نشت ارائه دادند. اساس کار آن‌ها در ارائه این مدل‌های رگرسیونی، محاسبه ضریب تعیین^۱ (R^2) قابل قبول است. ضریب تعیین (R^2) در واقع بیان‌کننده ارتباط میان مقادیر اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه و مقادیر محاسبه شده به وسیله مدل است [۲۴].

1. Coefficient of determination

در این پژوهش تأثیر چهار متغیر مستقل که عبارتند از درصد وزنی الیاف، طول به قطر الیاف (L/D)، درصد وزنی سیمان و زمان عمل‌آوری، بر روی مقاومت فشاری و کششی بیشینه (به‌عنوان متغیرهای وابسته) بررسی شد. به این منظور یک مدل رگرسیونی چند متغیره خطی^۱ (MLR) و یک مدل رگرسیونی چند متغیره غیرخطی^۲ (MNLR) برای پیش‌بینی مقاومت فشاری و کششی بیشینه با استفاده از متغیرهای مستقل استخراج و ضریب تعیین (R²) محاسبه گردید. فرم کلی معادله‌ها بدین شرح است:

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \alpha_4 x_4 \quad (2)$$

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2 + \alpha_3 x_3^2 + \alpha_4 x_4^2 + \alpha_5 x_1 + \alpha_6 x_2 + \alpha_7 x_3 + \alpha_8 x_4 + \alpha_9 x_1 x_2 + \alpha_{10} x_1 x_2 + \alpha_{11} x_1 x_4 + \alpha_{12} x_2 x_3 + \alpha_{13} x_2 x_4 + \alpha_{14} x_3 x_4 \quad (3)$$

رابطه (۲) مدل رگرسیونی چند متغیره خطی با چهار متغیر مستقل، و رابطه (۳) مدل رگرسیونی چند متغیره غیرخطی از نوع درجه دوم است؛ که در آن‌ها y متغیر وابسته و x_i ها متغیرهای مستقل هستند. همچنین α_i ها ضرایب رگرسیونی هستند که با تعیین آن‌ها، میان متغیرهای مستقل و وابسته ارتباطی معنادار برقرار می‌شود. در واقع ضریب رگرسیونی بیان‌کننده اثر جزئی یک متغیر مستقل (مانند x_i)، هنگام ثابت فرض شدن دیگر متغیرهای مستقل، روی متغیر وابسته است. برای تعیین ضرایب رگرسیونی متغیرهای مستقل و وابسته به صورت ماتریسی رابطه (۴) نشان داده شده است و مجموعه معادلات حاصل از آن حل می‌شود.

$$AX = Y \quad (4)$$

در رابطه (۴)، A یک ماتریس نامشخص از ضرایب برای متغیرهای X و Y است، که می‌توان آن را از رابطه (۵) محاسبه کرد:

$$A = X^{-1}Y \quad (5)$$

در نهایت برای اعتبارسنجی هر دو مدل رگرسیونی چند متغیره خطی و غیرخطی، شاخص‌های آماری خطای جذر میانگین مربعات^۳ (RMSE) و خطای جذر میانگین مربعات نرمال شده^۱ (NRMSE) طبق روابط (۶) و (۷) محاسبه شد:

-
1. Multiple Linear Regression
 2. Multiple Non-Linear Regression
 - 3 Root mean square error

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_{mj} - y_{aj})^2} \quad (6)$$

$$NRMSE = \frac{100}{Y_{a \text{ Max}} - Y_{a \text{ Min}}} RMSE \quad (7)$$

که در آن n تعداد داده ها؛ y_a مقدار واقعی داده‌ها (آزمایشگاهی) و y_m مقدارهای به دست آمده از مدل است.

در واقع خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) بیان‌کننده سازگاری مدل است و نشان‌دهنده تفاوت بین مقدار پیش‌بینی شده و مقدار مشاهداتی در آزمایشگاه است. خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) هم واحد با پارامتر محاسبه شده (متغیر وابسته در مدل) است؛ و مقدار آن از صفر تا مقدار نامشخصی قابل تغییر است؛ که کوچک‌تر بودن این مقدار نشان از تطابق بیشتر مدل و واقعیت دارد [۲۴]. هم‌چنین خطای جذر میانگین مربعات نرمال شده (NRMSE) بدون واحد بوده و خطای مدل نسبت به داده‌های آزمایشگاهی را بر حسب درصد بیان می‌کند.

نتایج و بحث (مدل رگرسیونی)

چنان‌که بیان شد برای بررسی مقاومت فشاری و کششی خاک و خاک-سیمان مسلح شده با الیاف، تأثیر چهار متغیر مستقل درصد وزنی الیاف (F_c)، طول به قطر الیاف (AR)، درصد وزنی سیمان (C_c) و زمان عمل‌آوری (T_c) بررسی شد، که در مدل‌های پیشنهادی آورده شده‌اند. برای تحلیل رگرسیونی در این پژوهش، از داده‌های حاصل از پروژه تحقیقاتی در خصوص بررسی اثر الیاف بر بهسازی خاک و خاک-سیمان انجام شده به وسیله استبرق و همکاران [۱۸] استفاده شد که نتایج آزمایشگاهی شامل آزمایش‌های مقاومت فشاری (شامل ۶۳ داده) و مقاومت کششی (شامل ۶۳ داده) انجام شده برای نمونه‌های خاک و خاک-سیمان غیرمسلح و مسلح در قسمت نتایج آزمایشگاهی، بررسی شد. با استفاده از این داده‌های آزمایشگاهی معادلات رگرسیونی خطی و غیرخطی (درجه دوم) برای مقاومت‌های فشاری و کششی طبق روابط ۲ و ۳ به دست آورده شد؛ که در آن ضرایب رگرسیونی با بهینه کردن ضریب تعیین (R^2) مطابق با روش حداقل مربعات^۱ حاصل شد.

1. Normalized root mean square error
2. Least squares method

پس از استخراج معادلات مذکور با قرار دادن متغیرهای مستقل شامل درصد وزنی الیاف، طول به قطر الیاف، درصد وزنی سیمان و زمان عمل‌آوری در معادلات، مقادیری برای مقاومت کششی و فشاری خاک و خاک-سیمان غیر مسلح و مسلح شده برآورد می‌شود که تحت عنوان مقادیر پیش‌بینی شده نام‌گذاری شده است.

۱. مقاومت فشاری

روابط ۸ و ۹ به ترتیب نشان‌دهنده مدل رگرسیونی چندمتغیره خطی (MLR) و غیرخطی

(MNL) برای پیش‌بینی مقاومت فشاری است:

$$Q_u = 156.1 + 341.88F_c - 0.38AR + 175.13C_c + 27.12T_c \quad (8)$$

$$Q_u = 243.61 + 23.98F_c^2 - 0.005AR^2 + 4.19C_c^2 - 1.91T_c^2 \\ + 114.66F_c + 1.2AR + 81.77C_c + 66.14T_c - 0.31F_c \times AR + \\ 4.16F_c \times C_c + 12.01F_c \times T_c - 0.04C_c \times AR - 0.02T_c \times AR + \\ 2.72C_c \times T_c \quad (9)$$

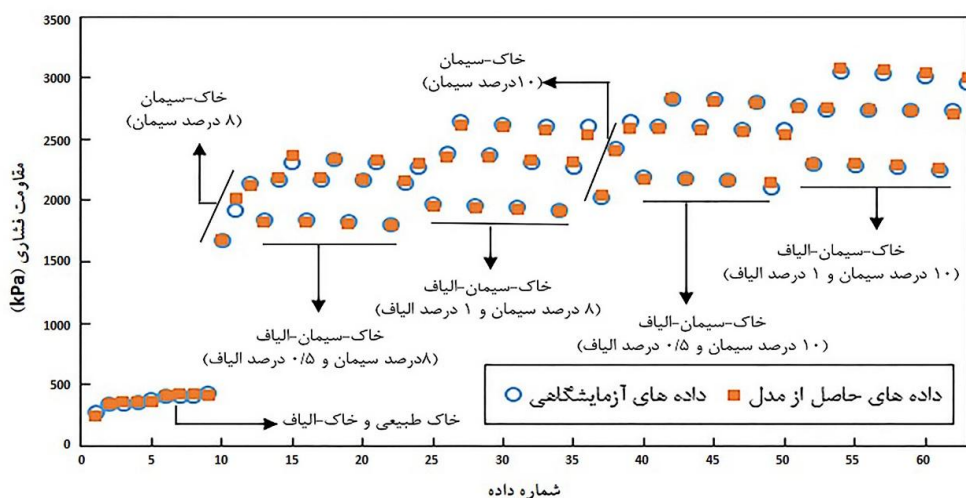
پارامتر Q_u در روابط بالا مقاومت فشاری بیشینه بر حسب کیلوپاسکال است و پارامترهای دیگر عبارتند از درصد وزنی الیاف (F_c)، طول به قطر الیاف (AR)، درصد وزنی سیمان (C_c) و زمان عمل‌آوری (T_c).

ضریب تعیین (R^2) برای این دو مدل به ترتیب ۰/۹۸۳۴ و ۰/۹۹۸۷ است که نشان می‌دهد ضمن قابل قبول بودن، هر دو مدل برای پیش‌بینی مقاومت فشاری به‌عنوان متغیر وابسته مناسب است. در مدل غیرخطی ضریب تعیین (R^2) نسبت به مدل خطی ۱/۵۳ درصد افزایش دارد. هم‌چنین برای اعتبارسنجی مدل‌های توسعه یافته (معادله‌های ۸ و ۹)، شاخص‌های آماری خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و خطای جذر میانگین مربعات نرمال شده (NRMSE) طبق روابط ۶ و ۷ محاسبه شد، که نتایج آن در جدول ۴ آمده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، در مدل رگرسیونی چند متغیره غیرخطی (MNL) که در رابطه (۹) نشان داده شده است، میزان خطا کم‌تر است و داده‌های محاسباتی به‌وسیله این مدل به داده‌های آزمایشگاهی نزدیک‌تر است.

جدول ۴. شاخص‌های آماری برای مدل رگرسیونی مربوط به مقاومت فشاری بیشینه

	Model	RMSE (kPa)	NRMSE (%)
Q_u	MLR	۰/۹۸۳۴	۳/۵۹
	MNLR	۰/۹۹۸۷	۱/۰۲

چنان‌که در جدول ۴ مشاهده می‌شود، میزان خطای جذر میانگین مربعات در مدل رگرسیونی چندمتغیره خطی (رابطه ۸) $۹۹/۴۰$ کیلوپاسکال است که در مدل رگرسیونی چندمتغیره غیرخطی (رابطه ۹) این مقدار به $۲۸/۱۵$ کیلوپاسکال کاهش می‌یابد.



شکل ۶. مقاومت فشاری بیشینه آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده به‌وسیله مدل رگرسیونی چندمتغیره غیرخطی (MNLR) برای تمامی داده‌های آزمایشگاهی

هم‌چنین برای مشاهده بهتر تفاوت در مقادیر آزمایشگاهی و اعداد محاسبه شده از مدل، در شکل ۶ این تفاوت به‌طور نمونه برای مدل MNLR نشان داده شده است؛ که در آن نتایج آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده برای میزان مقاومت فشاری بیشینه برای تمامی نمونه‌ها رسم شد. مشاهده می‌شود که برای هر نمونه (داده) که در شکل با شماره مشخص شده است، اختلاف میان داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده بسیار اندک است که حاکی از خطای بسیار کم در پیش‌بینی مقاومت فشاری به‌وسیله این مدل است.

۲. مقاومت کششی

برای مدل‌سازی مقاومت کششی با روش تجزیه و تحلیل رگرسیونی، مطابق با مطالب ذکر شده مدل رگرسیونی چندمتغیره خطی (MLR) طبق رابطه (۱۰)، و مدل رگرسیونی چندمتغیره غیرخطی (MNL) طبق رابطه (۱۱) برای پیش‌بینی مقاومت کششی توسعه یافت.

$$T = -33.41 + 52.94F_c + 0.77AR + 27.66C_c + 2.82T_c \quad (10)$$

$$T = 24.13 - 35.21F_c^2 - 0.001AR^2 + 0.21C_c^2 - 0.11T_c^2 + \quad (11)$$

$$81.94F_c + 0.04AR + 13.9C_c + 5.99T_c - 0.19F_c \times AR + 6.61F_c \times C_c - 1.36F_c \times T_c + 0.05C_c \times AR + 0.007T_c \times AR + 0.13C_c \times T_c$$

در این روابط پارامتر T مقاومت کششی بر حسب کیلوپاسکال است و دیگر پارامترها نیز در ابتدا شرح داده شده‌اند.

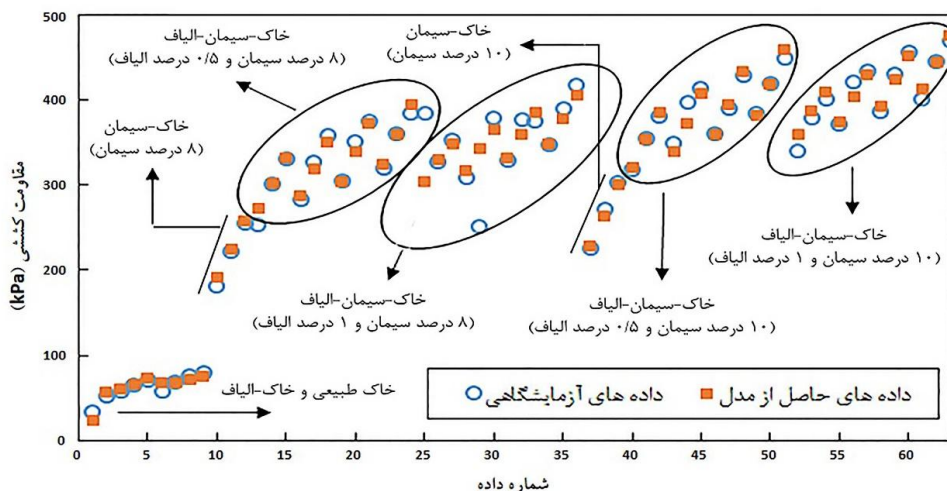
ضریب تعیین (R^2) برای این دو مدل (رابطه‌های ۱۰ و ۱۱) به ترتیب ۰/۹۶۴۷ و ۰/۹۷۷۹ است، که این ضریب در مدل غیرخطی ۱/۳۲ درصد افزایش داشته است و نیز هم‌بستگی قابل قبولی دارد. برای اعتبارسنجی مدل‌های توسعه یافته برای پیش‌بینی مقاومت کششی در رابطه‌های ۱۰ و ۱۱، شاخص‌های آماری خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و خطای جذر میانگین مربعات نرمال شده (NRMSE) طبق روابط (۶ و ۷) محاسبه شد، که نتایج آن مطابق با جدول ۵ است.

جدول ۵. شاخص‌های آماری برای مدل رگرسیونی مربوط به مقاومت کششی بیشینه

	Model	R^2	RMSE (kPa)	NRMSE (%)
T	MLR	۰/۹۶۴۷	۲۲/۲۵	۵/۱۱
	MNL	۰/۹۷۷۹	۱۷/۵۹	۴/۰۴

طبق جدول ۵ مشاهده می‌شود، میزان خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) در مدل رگرسیونی چندمتغیره غیرخطی (MNL) ۱۷/۵۹ کیلوپاسکال است که در مقایسه با مدل خطی (MLR)، که مقدار خطای جذر میانگین مربعات در آن ۲۲/۲۵ کیلوپاسکال است، حدود ۲۱ درصد کاهش دارد. هم‌چنین مقدار خطای جذر میانگین مربعات نرمال شده از ۵/۱۱ درصد به ۴/۰۴ درصد کاهش می‌یابد که نشان‌دهنده افزایش دقت در پیش‌بینی مقاومت کششی به وسیله مدل رگرسیونی چندمتغیره غیرخطی است. هم‌چنین شکل ۷ تفاوت بین

داده‌های آزمایشگاهی و داده‌های محاسبه شده به وسیله مدل را به صورت نمونه برای مدل MNLR نشان می‌دهد؛ که حاکی از تطابق قابل قبول میان داده‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده توسط این مدل است.



شکل ۷. مقاومت کششی پیشینه آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده به وسیله مدل رگرسیونی چندمتغیره غیرخطی (MNLR) برای تمامی داده‌های آزمایشگاهی

تحلیل حساسیت

به منظور مشاهده اثر هر یک از متغیرهای مورد بحث در مقاومت خاک و مقایسه کمی آن‌ها، از روش تحلیل حساسیت با مشتق‌های جزئی پیشنهاد شده به وسیله استبرق و همکاران [۲۴] استفاده شد. به این منظور برای بررسی تأثیر هر متغیر مستقل رابطه (۱۲) استفاده شد. در تحلیل حساسیت معادلات رگرسیونی خطی (روابط ۸ و ۱۰) پارامترهای درصد وزنی الیاف (F_C)، طول به قطر الیاف (AR)، درصد وزنی سیمان (C_C) و زمان عمل‌آوری (T_C) به عنوان متغیرهای مستقل بررسی شد. هم‌چنین برای بررسی تأثیر حساسیت متغیرها در معادلات رگرسیونی غیرخطی (روابط ۹ و ۱۱) علاوه بر بررسی ۴ متغیر مستقل درصد وزنی الیاف، طول به قطر الیاف، درصد وزنی سیمان و زمان عمل‌آوری (به صورت متغیرهای درجه اول)، اثر ترکیب خطی متغیرهای مستقل ($AR \times C_C$ ، $F_C \times T_C$ ، $F_C \times C_C$ ، $F_C \times AR$)

$(C_c \times T_c$ و $AR \times T_c$) و عبارت‌های درجه دوم آن‌ها (T_c^2 و C_c^2 ، AR^2 ، F_c^2) نیز بررسی شد.

$$S(x_i) = \frac{\sigma(x_i)}{\sigma(y)} \sum_{j=1}^n \left| \frac{\partial y}{\partial x_i} \right|_j \quad (12)$$

$S(x_i)$ حساسیت متغیر ورودی x_i به عنوان متغیر مستقل بر خروجی y (مقاومت فشاری بیشینه یا مقاومت کششی)، x_i متغیر مورد نظر، y متغیر وابسته شامل مقاومت فشاری بیشینه (Q_u) و مقاومت کششی (T)، n تعداد داده‌های آزمایشگاهی (برابر با ۶۳)، σ انحراف معیار داده‌ها و $\partial y / \partial x_i$ مشتق جزئی از تابع خروجی نسبت به متغیر مورد نظر است.

ترم مشتق جزئی در رابطه (۱۲) نشان‌دهنده احتمال افزایش یا کاهش خروجی y (یا متغیر وابسته) به‌ازای افزایش متغیر مستقل x_i است. در این راستا احتمال افزایش $(P(x_i)^+)$ و کاهش $(P(x_i)^-)$ مقدار خروجی Y در برابر افزایش متغیر ورودی x_i به‌صورت رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) نشان داده می‌شود:

$$P(x_i)^+ = \frac{m(x_i)^+}{n} \times 100 \quad (13)$$

$$P(x_i)^- = \frac{m(x_i)^-}{n} \times 100 \quad (14)$$

که در آن $m(x_i)^+$ و $m(x_i)^-$ به‌ترتیب تعداد مشاهده $\partial y / \partial x_i > 0$ و $\partial y / \partial x_i < 0$ است. جدول ۶ و ۷ به‌ترتیب نتایج تحلیل حساسیت برای مدل رگرسیون خطی (رابطه‌های ۸ و ۱۰) و غیرخطی (رابطه‌های ۹ و ۱۱) را نشان می‌دهد.

چنان‌که در جدول ۶ ملاحظه می‌شود، حساسیت متغیرهای ورودی ($S(x_i)$) در مدل‌های رگرسیونی چند متغیره خطی (MLR) طبق رابطه (۱۲) محاسبه و هم‌چنین بر حسب درصد نیز بیان شده است. در روش تحلیل حساسیت با مشتق‌های جزئی پس از محاسبه حساسیت برای متغیرهای مستقل استفاده شده در مدل رگرسیونی، تأثیر متغیرهای مستقل ورودی بر متغیر خروجی (متغیر وابسته) به‌ترتیب مقدار عددی حساسیت محاسبه شده ($S(x_i)$) برای آن‌ها اولویت‌بندی می‌شود به‌طوری‌که متغیرهایی با بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار $S(x_i)$ به‌ترتیب بیش‌ترین و کم‌ترین اثرگذاری بر خروجی مدل رگرسیونی را دارند [۲۴]. در نتیجه طبق جدول ۶ بیش‌ترین تأثیرپذیری مقاومت فشاری (Q_u) از متغیرها در مدل رگرسیونی

چند متغیره خطی (رابطه ۸) به ترتیب درصد وزنی سیمان (C_c)، زمان عمل‌آوری (T_c)، درصد وزنی الیاف (F_c) و متغیر طول به قطر الیاف (AR) با میزان درصد حساسیت به ترتیب ۵۹/۱۶، ۲۷/۶۳، ۱۱/۷۳ و ۱/۴۸ درصد است. هم‌چنین تأثیرپذیری مقاومت کششی (T) از متغیرهای مستقل در مدل رگرسیونی چندمتغیره خطی (رابطه ۱۰) به ترتیب درصد وزنی سیمان (C_c)، طول به قطر الیاف (AR)، زمان عمل‌آوری (T_c) و درصد وزنی الیاف (F_c) با میزان درصد حساسیت به ترتیب ۵۴/۸۲، ۱۷/۶۸، ۱۶/۸۵ و ۱۰/۶۵ درصد است.

جدول ۶. تحلیل حساسیت برای مدل رگرسیونی چند متغیره خطی (MLR)

X_i	Y	dy/dx	$\sigma(x_i)$	$\sigma(y_i)$	$S(x_i)$	$S(x_i)\%$	$P(x_i)^+$	$P(x_i)^-$
F_c	Q_u	۳۴۱/۸۸	۰/۳۴	۷۷۷/۵۲	۰/۱۵	۱۱/۷۳	۱۰۰	۰
	T	۵۲/۹۴						
AR	Q_u	-۰/۳۸	۳۸/۳۹	۷۷۷/۵۲	۰/۰۲	۱/۴۸	۰	۱۰۰
	T	۰/۷۷						
C_c	Q_u	۱۷۵/۱۳	۳/۳۱	۷۷۷/۵۲	۰/۷۵	۵۹/۱۶	۱۰۰	۰
	T	۲۷/۶۶						
T_c	Q_u	۲۷/۱۲	۹/۹۸	۷۷۷/۵۲	۰/۳۵	۲۷/۶۳	۱۰۰	۰
	T	۲/۸۲						

در مدل‌های رگرسیونی خطی، ایده‌آل‌ترین رابطه خطی میان متغیرها برقرار می‌گردد لیکن متغیرهای ورودی فقط می‌توانند تأثیری صعودی یا نزولی بر متغیر خروجی داشته باشند. به‌همین دلیل در تحلیل حساسیت میزان $P(x_i)$ برای مدل‌های رگرسیونی خطی مقداری برابر با صفر یا ۱۰۰ درصد خواهد داشت که تنها نشان‌دهنده احتمال ۱۰۰٪ افزایش یا ۱۰۰٪ کاهش متغیر خروجی در اثر افزایش متغیر ورودی است. در نتیجه این موضوع موجب عدم هم‌خوانی در تحلیل حساسیت برای احتمال افزایش یا کاهش متغیر وابسته خروجی ($P(x_i)$) به‌زای افزایش متغیر مستقل ورودی در خصوص بعضی از متغیرها با نتایج آزمایشگاهی می‌گردد. به‌طور نمونه در جدول ۶ مشاهده می‌شود مقدار $P(x_i)^-$ برای متغیر طول به قطر الیاف (AR) برابر با ۱۰۰٪ است پس باید نتیجه گرفت که با افزایش این متغیر، مقاومت فشاری قطعاً کاهش می‌یابد که این نتیجه‌گیری با توجه به نتایج آزمایشگاهی صحیح نیست؛ به‌طوری‌که در مسلح سازی خاک با الیاف در شکل ۱، به‌طور مشخص مشاهده می‌شود

افزایش طول الیاف به ۲۵ میلی‌متر باعث افزایش مقاومت فشاری بیشینه نسبت به طول‌های کم‌تر (۱۰، ۱۵ و ۲۰ میلی‌متر) در درصد‌های وزنی ۰/۵ و ۱ درصد از الیاف (۱٪ و ۰/۵٪) می‌شود. در نتیجه باید انتظار داشت مقدار $P(x_i)^-$ کم‌تر از ۱۰۰٪ باشد. می‌توان گفت این تفاوت میان نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از تحلیل حساسیت برای مدل رگرسیونی خطی نشان‌دهنده تفاوت میان مقادیر آزمایشگاهی و مقادیر پیش‌بینی شده از مدل است که در واقع باعث افزایش در خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و خطای جذر میانگین مربعات نرمال شده (NRMSE) می‌شود. هم‌چنین طبق جدول ۶ مشاهده می‌شود مقدار $P(x_i)^+$ در مقاومت فشاری برای متغیرهای درصد وزنی الیاف (F_c)، درصد وزنی سیمان (C_c) و زمان عمل‌آوری (T_c) برابر با ۱۰۰ درصد است، که به معنای افزایش مقاومت فشاری با افزایش این سه متغیر مستقل است که این موارد با نتایج آزمایشگاهی مطابقت دارد. هم‌چنین ملاحظه می‌شود، در خصوص مقاومت کششی مقدار $P(x_i)^+$ برای هر چهار متغیر مستقل ۱۰۰ درصد است که طبق آن باید انتظار داشت افزایش در تمام متغیرهای ورودی (متغیرهای مستقل) باعث افزایش قطعی در متغیر خروجی (مقاومت کششی) شود؛ در صورتی که این نتیجه‌گیری با توجه به داده‌های آزمایشگاهی صحیح نیست.

تفاوت میان نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از تحلیل حساسیت برای مدل رگرسیونی خطی (MLR) که به‌واسطه ماهیت خطی بودن رابطه به‌وجود می‌آید، در واقع بیان‌گر تفاوت میان مقادیر آزمایشگاهی و مقادیر پیش‌بینی شده از مدل است که به‌وسیله شاخص‌های آماری خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و خطای جذر میانگین مربعات نرمال شده (NRMSE) نشان داده می‌شود (رابطه‌های ۶ و ۷). در مدل‌های رگرسیونی غیرخطی (MNL) به‌دلیل ارائه معادله درجه دوم و برقراری ارتباط میان مرتبه دوم از متغیرهای مستقل ورودی و متغیر وابسته خروجی، معادله توانایی در نظر گرفتن افزایش و کاهش متغیر خروجی بر حسب افزایش متغیر مستقل ورودی را دارد. در نتیجه مقادیر محاسبه شده برای $P(x_i)$ ها، با روند داده‌های آزمایشگاهی تطابق بیش‌تری دارند که موجب کاهش در تفاوت میان مقادیر پیش‌بینی شده از مدل و مقادیر آزمایشگاهی در مدل رگرسیونی غیرخطی (MNL) نسبت به مدل رگرسیونی خطی (MLR) می‌شود، به‌همین دلیل شاخص‌های آماری خطای جذر میانگین مربعات (RMSE) و خطای جذر میانگین مربعات نرمال شده

(NRMSE) که نشان‌دهنده تفاوت میان مقادیر پیش‌بینی شده و آزمایشگاهی و خطای مدل‌ها است، در مدل رگرسیون غیرخطی (MNL) نسبت به مدل رگرسیونی خطی (MLR) کاهش می‌یابد.

جدول ۷ تحلیل حساسیت برای مدل‌های رگرسیونی چندمتغیره غیرخطی (MNL) را نشان می‌دهد. طبق جدول ۷ ملاحظه می‌شود، از میان متغیرهای به‌کار رفته در معادلات رگرسیونی غیرخطی (رابطه‌های ۹ و ۱۱) برای پیش‌بینی مقاومت خاک، عواملی که دارای درصد وزنی سیمان و زمان عمل‌آوری هستند بیش‌ترین اثر در افزایش مقاومت خاک و خاک-سیمان مسلح شده با الیاف را دارند و پس از آن‌ها درصد وزنی الیاف و طول به قطر الیاف متغیرهای تأثیرگذارند. با توجه به تحلیل حساسیت صورت گرفته متغیرهایی که بیش‌ترین اثر بر افزایش مقاومت فشاری بیشینه دارند به ترتیب درصد وزنی سیمان (C_c)، زمان عمل‌آوری (T_c)، توان دوم زمان عمل‌آوری (T_c^2) و ضرب درصد وزنی سیمان و زمان عمل‌آوری ($C_c \times T_c$) با میزان درصد حساسیت به ترتیب $۲۷/۶۷$ ، $۲۱/۲۹$ ، $۱۷/۸۴$ و $۱۱/۶۵$ درصد است. هم‌چنین بیش‌ترین تأثیرگذاری متغیرها در مقاومت کششی (T) نیز به ترتیب درصد وزنی سیمان، زمان عمل‌آوری، توان دوم زمان عمل‌آوری (T_c^2) و متغیر طول به قطر الیاف (AR) با میزان درصد حساسیت به ترتیب $۲۸/۶۲$ ، $۱۱/۱۰$ ، $۱۱/۰۷$ و $۸/۱۰$ درصد است. طبق جدول ۷ مشاهده می‌شود مقدار $P(x_i)^+$ در مقاومت فشاری برای متغیرهای درصد وزنی الیاف (F_c) و درصد وزنی سیمان (C_c) برابر با ۱۰۰ درصد است که این موارد با نتایج آزمایشگاهی مطابقت دارد و با افزایش درصد وزنی الیاف و درصد وزنی سیمان، مقاومت فشاری نیز افزایش می‌یابد. مقدار $P(x_i)^+$ محاسبه شده برای متغیر مستقل طول به قطر الیاف (AR) نشان می‌دهد احتمال افزایش مقاومت فشاری بیشینه بر اثر افزایش طول الیاف $۲۰/۶۳$ درصد است که با نتایج آزمایشگاهی مشابه است زیرا چنان‌که در قسمت بحث و نتایج آزمایشگاهی بیان شد افزایش طول الیاف در یک درصد وزنی ثابت موجب کاهش و یا ثابت ماندن مقاومت فشاری خاک مسلح شده می‌شود. هم‌چنین مشاهده می‌شود احتمال کاهش مقاومت فشاری بیشینه در صورت افزایش زمان عمل‌آوری (T_c) $۲۸/۵۷$ درصد است در حالی‌که در داده‌های آزمایشگاهی افزایش زمان عمل‌آوری باعث کاهش مقاومت فشاری نمی‌شود.

جدول ۷. تحلیل حساسیت برای مدل رگرسیونی چند متغیره غیر خطی (MNL)

X_i	Y	dy/dx	$\sigma(x_i)$	$\sigma(y_i)$	S(x_i)	S(x_i)%	P	F
F_c	Q_u	۱۶۲۹۱/۴۳	۰/۳۴	۷۷/۵۲	۰/۱۱	۴/۰۷	۱۰۰	۰
	T	۳۳۱۹/۰۴		۱۱۹/۳۵	۰/۱۵	۵/۵۴	۹۶/۸۲	۳/۱۷
AR	Q_u	۳۷/۶۳	۳۸/۳۹	۷۷/۵۲	۰/۰۳	۱/۰۷	۲۰/۶۳	۷۹/۳۶
	T	۴۲/۵۲		۱۱۹/۳۵	۰/۲۲	۸/۱۰	۹۳/۶۵	۶/۳۵
C_c	Q_u	۱۱۲۴۷/۶۹	۳/۳۱	۷۷/۵۲	۰/۷۶	۲۷/۶۷	۱۰۰	۰
	T	۱۷۴۲/۷۲		۱۱۹/۳۵	۰/۷۷	۲۸/۶۲	۱۰۰	۰
T_c	Q_u	۲۸۷۰/۱۶	۹/۹۸	۷۷/۵۲	۰/۵۸	۲۱/۳۰	۷۱/۴۳	۲۸/۵۷
	T	۲۲۴/۳۵		۱۱۹/۴۱	۰/۳۰	۱۱/۱۱	۸۴/۱۳	۱۵/۸۷
F_c^2	Q_u	۲۳/۹۸	۰/۴۱	۷۷/۵۲	۰/۰۱	۰/۴۶	۱۰۰	۰
	T	-۳۵/۲۲		۱۱۹/۳۵	۰/۱۲	۴/۴۹	۰	۱۰۰
AR ²	Q_u	۰/۰۰۱	۵۳۹۵/۱۷	۷۷/۵۲	۰/۰۳	۱/۲۴	۰	۱۰۰
	T	۰/۰۰۱		۱۱۹/۳۵	۰/۰۶	۲/۳۶	۱۰۰	۰
C_c^2	Q_u	۴/۱۸	۳۳/۴۵	۷۷/۵۲	۰/۱۸	۶/۵۵	۱۰۰	۰
	T	۰/۲۱		۱۱۹/۳۵	۰/۰۶	۲/۱۷	۰	۱۰۰
T_c^2	Q_u	-۱/۱۹	۳۲۰/۱۱	۷۷/۵۲	۰/۴۹	۱۷/۸۴	۰	۱۰۰
	T	-۰/۱۱		۱۱۹/۳۵	۰/۳۰	۱۱/۰۷	۰	۱۰۰
$F_c \times AR$	Q_u	-۰/۳۱	۳۶/۱۳	۷۷/۵۲	۰/۰۱	۰/۵۲	۰	۱۰۰
	T	-۰/۱۹		۱۱۹/۳۵	۰/۰۶	۲/۱۹	۰	۱۰۰
$F_c \times C_c$	Q_u	-۴/۱۶	۳/۵۸	۷۷/۵۲	۰/۰۲	۰/۷۰	۰	۱۰۰
	T	۶/۶۱		۱۱۹/۳۵	۰/۲۰	۷/۴۰	۱۰۰	۰
$F_c \times T_c$	Q_u	۱۲/۰۱	۸/۸۰	۷۷/۵۲	۰/۱۴	۴/۹۵	۱۰۰	۰
	T	-۱/۳۶		۱۱۹/۳۵	۰/۱۰	۳/۷۳	۰	۱۰۰
AR \times C_c	Q_u	-۰/۰۴	۴۱۲/۱۱	۷۷/۵۲	۰/۰۲	۰/۷۵	۰	۱۰۰
	T	۰/۰۶		۱۱۹/۳۵	۰/۱۹	۷/۱۹	۱۰۰	۰
AR \times T_c	Q_u	-۰/۰۳	۱۰۱۷/۷۲	۷۷/۵۲	۰/۰۳	۱/۲۲	۰	۱۰۰
	T	۰/۰۱		۱۱۹/۳۵	۰/۰۶	۲/۳۲	۱۰۰	۰
$C_c \times T_c$	Q_u	۲/۷۲	۹۱/۴۶	۷۷/۵۲	۰/۳۲	۱۱/۶۵	۱۰۰	۰
	T	۰/۱۳		۱۱۹/۳۵	۰/۱۰	۳/۷۰	۱۰۰	۰

در تحلیل حساسیت مقاومت کششی برای مدل رگرسیونی چندمتغیره غیرخطی (رابطه ۱۱) در جدول ۷ مشاهده می‌شود؛ مقادیر محاسبه شده $P(X_i)^+$ برای متغیرهای مستقل نشان می‌دهد احتمال افزایش مقاومت کششی در ازای افزایش متغیرهای مستقل درصد وزنی الیاف (F_c)، طول به قطر الیاف (AR)، درصد وزنی سیمان (C_c) و زمان عمل‌آوری (T_c) به ترتیب ۹۶/۸۲، ۹۳/۶۵، ۱۰۰ و ۹۴/۱۳ درصد است که با نتایج حاصل از داده‌های آزمایشگاهی مشابه است. چنانکه در قبل بیان شد در مدل‌های رگرسیونی چند متغیره غیرخطی (MNL) به دلیل ارائه معادله درجه دوم، مدل توانایی در نظر گرفتن افزایش و کاهش متغیر خروجی بر حسب افزایش متغیر مستقل ورودی را خواهد داشت؛ به همین دلیل نتایج تحلیل حساسیت برای مدل‌های رگرسیونی چندمتغیره غیرخطی (MNL) قابل استناد است.

نتیجه‌گیری

- افزودن الیاف مصنوعی پلی‌پروپیلن به خاک و مخلوط خاک-سیمان سبب افزایش مقاومت کششی و فشاری بیشینه می‌شود، به طوری که افزایش درصد وزنی الیاف استفاده شده به ازای طول ثابت الیاف سبب افزایش چشم‌گیر در میزان مقاومت فشاری و کششی خاک و خاک-سیمان می‌شود.
- افزایش طول الیاف استفاده شده در مسلح‌سازی خاک و خاک-سیمان تأثیر چشم‌گیری در افزایش مقاومت فشاری بیشینه نداشته، ولی سبب افزایش در مقاومت کششی می‌شود.
- مدل رگرسیونی خطی ارائه شده برای تعیین میزان مقاومت فشاری و کششی بیشینه، در عین سادگی دارای هم‌بستگی زیاد و خطای اندک است؛ و برای بررسی اثر متغیرهای مستقل (درصد وزنی سیمان، زمان عمل‌آوری، درصد وزنی و طول به قطر الیاف) بر میزان متغیر وابسته (مقاومت فشاری و کششی بیشینه) به صورت کمی تحلیلی بسیار مناسب است. هم‌چنین در مدل غیرخطی درجه دوم، هرچند تعداد جملات استفاده شده برای پیش‌بینی متغیر وابسته بیش‌تر است، اما باید توجه داشت که این مدل دارای خطای بسیار کم‌تری نسبت به مدل خطی است.
- تحلیل حساسیت صورت گرفته بر معادلات رگرسیونی خطی توسعه یافته برای پیش‌بینی مقاومت خاک و خاک-سیمان مسلح شده با الیاف نشان داد، تأثیرگذارترین عوامل در

افزایش مقاومت فشاری به ترتیب درصد وزنی سیمان، زمان عمل‌آوری، درصد وزنی یاف و طول به قطر یاف است. هم‌چنین در خصوص مقاومت کششی، به ترتیب درصد وزنی سیمان، طول به قطر یاف، زمان عمل‌آوری و درصد وزنی یاف پارامترهای مستقل تأثیرگذار بر افزایش مقاومت کششی هستند. هم‌چنین با توجه به تحلیل حساسیت معادلات رگرسیونی غیرخطی می‌توان بیان داشت بیش‌ترین وابستگی در عواملی که دارای درصد وزنی سیمان و زمان عمل‌آوری می‌باشند دیده می‌شود؛ و بعد از آن درصد وزنی یاف و طول به قطر یاف نقش محسوس‌تری را ایفا می‌کند.

منابع

1. Bahar R., Benazzoug M., and Kenai S., "Performance of compacted cement-stabilised soil", *Cement and concrete composites*, Vol. 26 (2004) 811-820
2. Al-Rawas A. A., Hago A. W., Al-Sarmi H., "Effect of lime, cement and sarooj (artificial pozzolan) on the swelling potential of an expansive soil from Oman", *Building and Environment*, Vol. 40 (2005) 681-687
3. Basha E., Hashim R., Mahmud H., Muntohar AS., "Stabilization of residual soil with rice husk ash and cement", *Construction and Building Materials*, Vol. 19 (2005) 448-453
4. Prabakar J., Sridhar R., "Effect of random inclusion of sisal fibre on strength behaviour of soil", *Construction and Building Materials*, Vol. 16 (2002) 123-131
5. Tang C., Shi B., Gao W., Chen F., Cai Y., "Strength and mechanical behavior of short polypropylene fiber reinforced and cement stabilized clayey soil", *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 25 (2007) 194-202
6. Maher M., Ho Y., "Mechanical properties of kaolinite/fiber soil composite", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 120 (1994) 1381-1393

7. Khattak M. J., Alrashidi M., "Durability and mechanistic characteristics of fiber reinforced soil-cement mixtures", *The International Journal of Pavement Engineering*, Vol. 7 (2006) 53-62
8. Consoli N. C., Casagrande M., Prietto P. D., Thomé A., "Plate load test on fiber-reinforced soil", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 129 (2003) 951-955
9. Park S. S., "Effect of fiber reinforcement and distribution on unconfined compressive strength of fiber-reinforced cemented sand", *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 27 (2009) 162-166
10. Consoli N. C., Bassani M. A. A., Festugato L., "Effect of fiber-reinforcement on the strength of cemented soils", *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 28 (2010) 344-351
11. Ahmad F., Bateni F., Azmi M., "Performance evaluation of silty sand reinforced with fibres", *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 28 (2010) 93-99
12. Hamidi A., Hooresfand M., "Effect of fiber reinforcement on triaxial shear behavior of cement treated sand", *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 36 (2013) 1-9
13. Estabragh A., Rafatjo H., Javadi A., "Treatment of an expansive soil by mechanical and chemical techniques", *Geosynthetics International*, Vol. 21 (2014) 233-243
14. Kumar A., Walia B. S., Bajaj A., "Influence of fly ash, lime, and polyester fibers on compaction and strength properties of expansive soil", *Journal of materials in Civil Engineering*, Vol. 19 (2007) 242-248
15. Estabragh A., Namdar P., Javadi A., "Behavior of cement-stabilized clay reinforced with nylon fiber", *Geosynthetics International*, Vol. 19 (2012) 85-92

16. Olgun M., "Effects of polypropylene fiber inclusion on the strength and volume change characteristics of cement-fly ash stabilized clay soil", *Geosynthetics International*, Vol. 20 (2013) 263-275
17. Divya P., Viswanadham B., Gourc J., "Evaluation of tensile strength-strain characteristics of fiber-reinforced soil through laboratory tests", *Journal of Materials in Civil Engineering*, Vol. 26 (2013) 14-23
18. Estabragh A., Ranjbari S., Javadi A., "Properties of Clay Soil and Soil Cement Reinforced with Polypropylene Fibers", *ACI Materials Journal*, Vol. 114 (2017)
19. Maher M. H., Gray D. H., "Static response of sands reinforced with randomly distributed fibers", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 116 (1990) 1661-1677
20. Attom M. F., Al-Akhras N. M., Malkawi A. I., "Effect of fibres on the mechanical properties of clayey soil", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering*, Vol. 162 (2009) 277-282
21. Ranjan G., Vasan R., Charan H., "Probabilistic analysis of randomly distributed fiber-reinforced soil", *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 122 (1996) 419-426
22. Ahmed A., "Simplified regression model to predict the strength of reinforced sand with waste polystyrene plastic type", *Geotechnical and Geological Engineering*, Vol. 30 (2012) 963-973
23. Sivakumar Babu G., Vasudevan A., "Seepage velocity and piping resistance of coir fiber mixed soils", *Journal of irrigation and drainage engineering*, Vol. 134 (2008) 485-492
24. Estabragh A., Soltani A., Javadi A., "Models for predicting the seepage velocity and seepage force in a fiber reinforced silty soil", *Computers and Geotechnics*, Vol. 75 (2016) 174-181