

بررسی تأثیر عوامل مختلف بر ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم

مریم حق‌بین؛ دانشگاه آزاد اسلامی واحد اسلامشهر، گروه عمران

تاریخ: دریافت ۹۱/۸/۲۰ پذیرش ۹۲/۶/۱۶

چکیده

انتخاب ظرفیت باربری خاک مسئله مهمی است که در شرایط مختلف باید بررسی شود. در این مقاله، روش تحلیلی برای ارزیابی ظرفیت باربری نهایی پی‌های اجرا شده در مجاورت یکدیگر در فواصل مختلف پی‌ها از هم ارائه شده است. ظرفیت باربری پی‌های نزدیک هم بر اساس روش دیوار حائل مجازی و معادل قرار دادن نیروهای فعال و مقاوم وارد بر دیوار به دست آمده است. نتایج نشان می‌دهد که ظرفیت باربری نهایی هر پی در نتیجه تداخل سطوح گسیختگی ایجاد شده زیر پی‌ها که به فاصله آن‌ها بستگی دارد، تغییر می‌کند. در تحقیق حاضر، تأثیر نوع خاک، عمق پی‌های اجرا شده در مجاورت هم و خاک مسلح شده بر ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که ظرفیت باربری پی‌های اجرا شده در مجاورت هم نسبت به پی‌های منفرد با توجه به شرایط، افزایش یا کاهش می‌یابد. هم‌چنین خاک مسلح شده، ظرفیت باربری پی‌های اجرا شده در مجاورت هم را نسبت به پی‌های منفرد واقع شده روی خاک‌های غیرمسلح افزایش می‌دهد و میزان افزایش به فاصله پی‌ها از هم بستگی دارد. در پایان، نتایج به دست آمده با نتایج تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی که محققان دیگر ارائه کرده‌اند مقایسه شده و نتایج قابل قبولی به دست می‌آید.

واژه‌های کلیدی: روش تحلیلی، عمق پی‌های مجاور هم، فاصله پی‌ها، خاک مسلح، تداخل سطوح گسیختگی

* نویسنده مسئول m.haghbeen@gmail.com

مقدمه

در نهایت زمین همه سازه‌های اجرا شده را در مجاورت یک‌دیگر نگه می‌دارد. و بارهای سازه از طریق پی‌ها به زمین منتقل می‌شوند. بنا بر این مهندس پی بر دو مطلب متمرکز می‌شود که عبارت است از ارزیابی توانایی زمین برای انتقال بارها و طراحی دقیق پی برای انتقال بارهای سازه به زمین، ظرفیت باربری پی از روش‌های مختلف تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی تعیین می‌شود. ویژگی‌های خاک، موقعیت سطح آب زیرزمینی، نوع پی و موقعیت پی عواملی هستند که بر ظرفیت باربری پی تأثیر می‌گذارند. در شرایطی که پی‌ها در نزدیکی هم اجرا شوند، تداخل حباب فشار و سطوح گسیختگی خاک واقع زیر پی‌های اجرا شده در مجاورت هم بر ظرفیت باربری و نشست پی‌ها تأثیر می‌گذارد.

برخی تحقیقات نشان دادند که در اثر نزدیکی پی ساختمان‌ها به هم‌دیگر با شرایط خاک یک‌سان، ظرفیت باربری نهایی هر پی در اثر تداخل سطوح گسیختگی ممکن است کاهش پیدا کند. استوارت در سال ۱۹۶۲ در نتایجی که ارائه کرد نشان داد که ظرفیت باربری پی‌های نزدیک هم با کم شدن فاصله آن‌ها تا ۱/۵ برابر عرض پی افزایش می‌یابد [۱]. هندسه سطح گسیختگی فرض شده به وسیله استوارت مشابه سطح گسیختگی فرض شده توسط ترزاقی است. به همین ترتیب ماندل در سال ۱۹۶۳ از روش تحلیلی نتایجی مشابه استوارت به دست آورد [۲]. ساران و همکاران در سال ۱۹۷۴ آزمایش‌هایی برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های نزدیک هم واقع شده بر خاک ماسه‌ای انجام دادند و نتیجه گرفتند که با افزایش فاصله پی‌ها تا ۴/۵ برابر عرض پی، ظرفیت باربری پی‌های نزدیک هم کاهش می‌یابد و به ظرفیت باربری پی‌های منفرد نزدیک می‌شود [۳]. داس و همکاران در سال ۱۹۸۳ مدل‌های آزمایشگاهی برای تعیین تأثیر تداخل سطوح گسیختگی زیر پی‌های واقع بر خاک‌های ماسه‌ای ارائه دادند و نتایج با نمودارهای کاربردی ارائه شدند [۴]. نتایج نشان می‌دهد که با وجود این‌که روند تغییرات ضرایب آزمایشگاهی و تحلیلی مشابه‌اند، مقادیر ضرایب آزمایشگاهی و تئوری تفاوت زیادی با هم دارند. قضاوی و همکاران در سال ۲۰۱۲ روش آزمایشگاهی برای ارزیابی ظرفیت باربری نهایی و نشست دو نوع پی اجرا شده در مجاورت هم در خاک‌های مسلح و غیرمسلح ارائه دادند [۵]، [۶]. نتایج آن‌ها نشان داد که ظرفیت باربری نهایی پی‌های اجرا شده در مجاورت

هم نسبت به پی های منفرد ۲۵ تا ۴۰ درصد افزایش می یابد و نشست پی های اجرا شده در مجاورت هم ۶۰ تا ۱۰۰ درصد افزایش می یابد. کومار و همکاران در سال ۲۰۱۰ از روش حد پایین آنالیز حدی و المان محدود برای تعیین ظرفیت باربری پی های اجرا شده در مجاورت هم استفاده کردند [۷]-[۱۲]. طبق گزارش آن ها عامل مؤثر γ که در نتیجه مؤلفه وزن مخصوص خاک به دست می آید و با توجه به رابطه کلی ظرفیت باربری پی، $q_u = cN_c + \gamma DN_q + \frac{1}{\gamma} \gamma BN_\gamma$ ، نسبت N_γ در شرایط پی های مجاور هم به N_γ در شرایط پی های منفرد است، با کاهش فاصله پی ها از هم افزایش می یابد. محققان دیگر نیز تحقیقات چشم گیری بر تأثیر تداخل پی های مجاور هم بر ظرفیت باربری انجام دادند [۱۳]-[۱۹]. در عمل اکثر پی ها به صورت انفرادی رفتار نمی کنند و پی های مجاور بر ظرفیت باربری و نشست پی ها تأثیر می گذارند. مهم ترین عوامل مؤثر بر ظرفیت باربری پی های نزدیک هم عبارت است از فاصله مرکز به مرکز پی ها، نوع خاک، عمق پی های نزدیک هم که در این مقاله بررسی می شود.

در تحقیق حاضر، روش تحلیلی برای تعیین ظرفیت باربری پی های اجرا شده در مجاورت هم در فواصل مختلف پی ها ارائه شده است. ظرفیت باربری پی های نزدیک هم بر اساس روش دیوار حائل مجازی و معادل قرار دادن نیروهای فعال و مقاوم وارد بر دیوار به دست آمده است. در این تحقیق تأثیر نوع خاک (چسبنده و غیرچسبنده)، عمق پی های اجرا شده در مجاورت هم، مسلح کردن خاک و همچنین فاصله پی ها بر ظرفیت باربری پی های اجرا شده در مجاورت هم بررسی می شود. در پایان نتایج به دست آمده با نتایج تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی ارائه شده در گذشته مقایسه می شود. در واقع در مقاله حاضر به این سوال پاسخ داده می شود، که ظرفیت باربری پی های اجرا شده در مجاورت هم نسبت به پی های منفرد در شرایط مختلف چگونه تغییر می کند؟

روش تحقیق

در روش تحلیلی ارائه شده در تحقیق حاضر، برای تعیین ظرفیت باربری پی منفرد، چنان که در شکل ۱ دیده می شود، یک دیوار حائل مجازی از لبه پی مورد نظر می گذرد. این دیوار نیروی فعال P_a را در نتیجه بارگذاری پی و خاک زیر پی تحمل می کند. همچنین خاک

اطراف دیوار در شرایط مقاوم قرار گرفته و نیروی P_p را به دیوار وارد می‌کند. نیروهای فعال و مقاوم با روش فشار جانبی کولمب تعیین می‌شود. هم‌چنین رفتار خاک بر اساس معیار موهر-کولمب در نظر گرفته شده است. در این روش برای تعیین ظرفیت باربری، نیروهای فعال و مقاوم با هم برابر قرار داده می‌شوند. با توجه به روش دیوار حائل مجازی ظرفیت باربری پی منفرد مطابق با این رابطه محاسبه می‌شود:

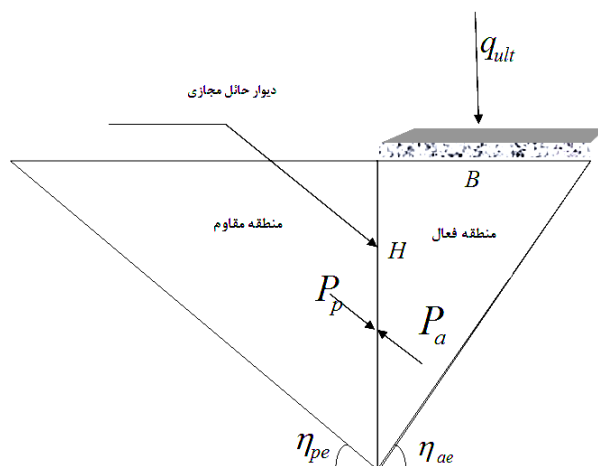
$$q_i = \frac{1}{K_a H} (\gamma H^2 (K_p (1 - k_v) - K_a (1 - k_v)) + (K_p (1 - k_v) H) \gamma D + c(K_{pc} H + K_{ac} H) + l_{activerien} (c + \gamma H \tan(\frac{2}{3} \phi)) + l_{passiverein} (c + \gamma H \tan(\frac{2}{3} \phi))) \quad (1)$$

که q_u : ظرفیت باربری پی و H ارتفاع دیوار حائل مجازی و B عرض پی مورد نظر و مطابق شکل ۱ ارتفاع دیوار حائل مجازی معادل $B \tan(\eta_{ae})$ است و K_a, K_p : ضریب مقاوم و رانش (روش کولمب) و $l_{activerien}$: طول مسلح کننده در منطقه فعال خاک و $l_{passiverein}$: طول مسلح کننده در منطقه مقاوم خاک و D : عمق پی مورد نظر و k_v : ضریب لرزه‌ای عمودی و K_{pc}, K_{ac} : ضریب مقاوم و رانش چسبندگی خاک (روش کولمب) و ϕ : زاویه اصطکاک خاک و c : چسبندگی خاک و γ : وزن مخصوص خاک و η_{ae} : زاویه منطقه رانش با جهت افقی (روش کولمب، شکل ۱) و η_{pe} : زاویه منطقه مقاوم با جهت افقی (روش کولمب، شکل ۱). لازم به ذکر است که با توجه به رابطه کولمب مقدار دو زاویه η_{ae} و η_{pe} به زاویه اصطکاک خاک بستگی دارند.

رابطه ۱ را بدین صورت نیز می‌توان نوشت:

$$q_i = cN_c + \gamma DN_q + \gamma BN_\gamma + (l_{passiverein} + l_{activerien}) (c + \gamma H \tan(\frac{2}{3} \phi)) / K_a H$$

که $N_c = \frac{K_{pc} + K_{ac}}{K_a}$ و $N_q = \frac{K_p (1 - k_v)}{K_a}$ و $N_\gamma = \frac{\tan(\eta_{ae})}{K_a} (1 - k_v) (K_p - K_a)$



شکل ۱. مدل تعیین ظرفیت باربری پی از روش دیوار حائل مجازی

ذکر این نکته لازم است که در اثر تداخل سطوح گسیختگی ناحیه مقاوم و فعال ایجاد شده زیر پی های مجاور هم، نیروهای فعال و مقاوم مربوط به هر پی نسبت به شرایط پی های منفرد، با کسر نواحی تداخل با سطوح گسیختگی پی های مجاور، با توجه به فاصله پی ها از هم تعیین می شوند (شکل ۲). نیروهای فعال و مقاوم به فاصله و عمق و عرض پی های نزدیک هم، نوع خاک و ضریب لرزه ای بستگی دارد. هم چنین وقتی که خاک مسلح شود، با توجه به طول مسلح کننده در منطقه مقاوم و فعال و مقاومت خاک، نیروی رانش کاهش و نیروی مقاوم افزایش پیدا می کند. چنان که در شکل ۲ دیده می شود، با توجه به این که سطح گسیختگی پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر عبور کند یا نه، دو حالت برای محاسبه ظرفیت باربری وجود دارد.

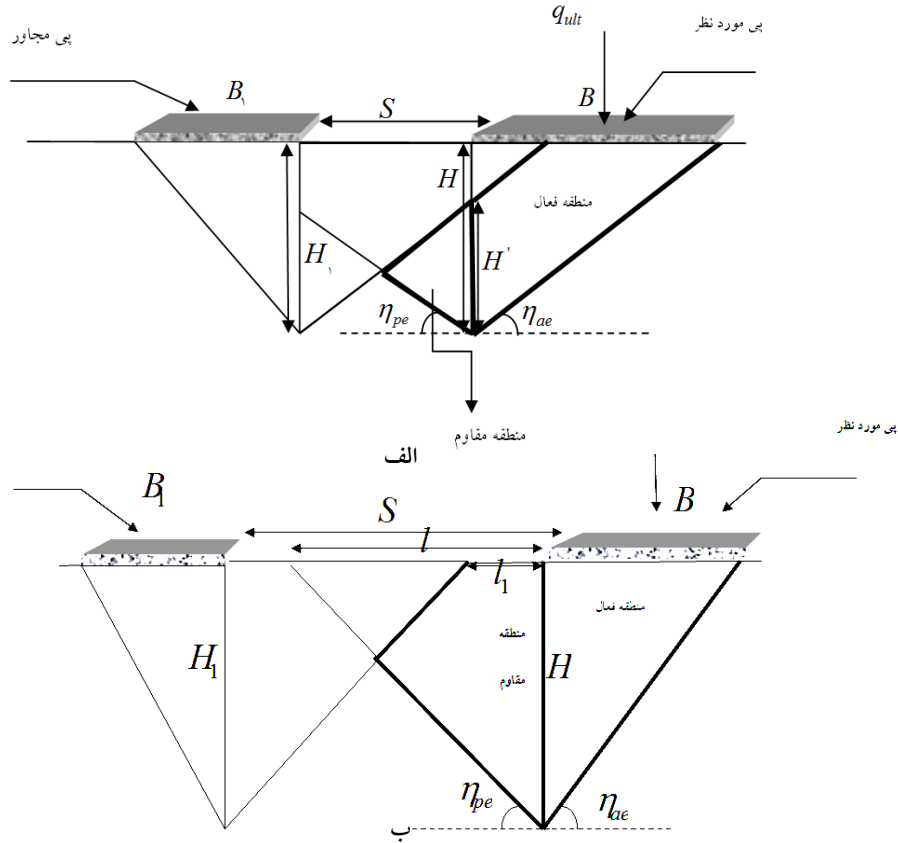
در این قسمت تأثیر وزن خاک، سربار ناشی از عمق پی، چسبندگی خاک و مسلح کننده خاک بر نیروی فعال و مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی و در نتیجه ظرفیت باربری پی های نزدیک هم بررسی می شود:

۱. تأثیر وزن خاک بر نیروی فعال و مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی

در شرایطی که پی منفرد بررسی می شود، برای محاسبه نیروی فعال ناشی از وزن خاک تعادل ناحیه فعال با استفاده از قانون سینوس ها (مثلاً حاصل از ۳ نیرو) مطابق این روابط تعیین می شود.

$$\frac{W}{\sin(90 + \delta - \beta + \varphi)} = \frac{P_a}{\sin(\beta - \varphi)} \quad (۳)$$

$$P_a = g_{af} W \quad (۴)$$



شکل ۲. تداخل سطوح گسیختگی خاک زیر پی‌های مجاور هم، الف) سطح گسیختگی پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر عبور می‌کند ب) سطح گسیختگی پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر عبور نمی‌کند

که δ : اصطکاک بین دیوار حائل و خاک که ضریبی از زاویه اصطکاک خاک است و β : زاویه گوه گسیختگی با جهت افقی (شکل ۳) و W : وزن خاک در گوه گسیختگی فعال

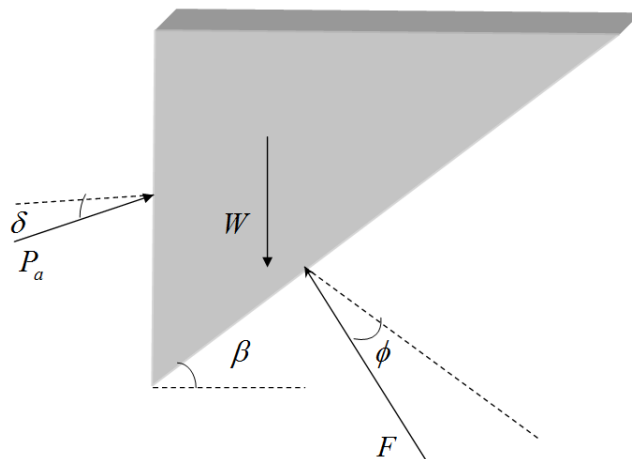
و $g_{af} = \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\sin(90 + \delta - \beta + \varphi)}$ و P_a : نیروی فعال وارد بر دیوار حائل است.

از این رو با بررسی تعادل گویه گسیختگی مقاوم پی منفرد و استفاده از قانون سینوسها (مثلث نیروها) نیروی مقاوم ناشی از وزن خاک بدین صورت تعیین می شود.

$$P_p = g_{pf} W_p \quad (5)$$

که W_p : وزن خاک در گویه گسیختگی مقاوم و $g_{pf} = \frac{\sin(\beta + \varphi)}{\sin(\alpha + \delta - \beta + \varphi)}$ و P_p :

نیروی مقاوم وارد بر دیوار حائل است.



شکل ۳. تعادل ناحیه فعال ایجاد شده پشت دیوار حائل

در بررسی تعادل گویه گسیختگی در شرایط پی های مجاور یکدیگر برای تعیین نیروی فعال و مقاوم ناشی از وزن خاک از قانون سینوسها (مثلث نیروها) استفاده شده است. با در نظر گرفتن تداخل سطوح گسیختگی خاک زیر پی ها با استفاده از روش دیوار حائل مجازی، ناحیه فعال و مقاوم ایجاد شده در زیر پی مورد نظر با توجه به فاصله پی های مجاور هم، مطابق شکل ۲، تغییر می کنند. به این ترتیب تعادل ناحیه فعال و مقاوم به دست آمده در شکل ۲ بررسی شده و نیروی فعال و مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی ناشی از وزن خاک به دست می آید. بر حسب این که سطوح گسیختگی پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر عبور کند یا نه، دو حالت پیش می آید که در شکل ۲ الف و ب نشان داده شده است و نیروی افقی فعال و مقاوم ناشی از وزن خاک وارد بر دیوار حائل مجازی در این دو حالت بدین صورت محاسبه می شوند:

۱. در حالت اول شرایطی بررسی می‌شود که فاصله پی‌ها به اندازه‌ای باشد که ناحیه مقاوم پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر عبور کند، $S < \frac{H}{\tan(\eta_{pe})}$ (شکل ۲ الف): در روابط زیر، تعادل ناحیه فعال و مقاوم با استفاده از قانون سینوس‌ها مربوط به مثلث نیروها تعیین شده است. تنها وزن خاک در گوه گسیختگی در شرایط پی‌های مجاور یک‌دیگر با شرایط پی منفرد متفاوت است. با در نظر گرفتن تداخل سطوح گسیختگی پی مجاور با پی مورد نظر مطابق شکل ۲ الف، نیروی فعال و مقاوم ناشی از وزن خاک مطابق این روابط تعیین می‌شوند:

$$P_a = g_{af} W_1 \quad (6)$$

$$P_p = g_{pf} W_2 \quad (7)$$

که در روابط مذکور W_1, W_2 معادل وزن خاک در ناحیه گسیختگی فعال و مقاوم، با کسر ناحیه تداخل پی مورد نظر با پی مجاور، است. در روابط زیر W_1, W_2 محاسبه و در روابط (۶) و (۷) جای‌گزین شده‌اند:

$$P_p = g_{af} (\gamma \cdot BH_1 - \gamma \cdot \frac{H}{\tan(\eta_{pe})} - S)(H - S \tan(\eta_{pe})) \quad (8)$$

$$P_p = g_{pf} (\gamma \cdot y_c (S - x_c) + \gamma (S - x_c)(S \tan(\eta_{pe}) + (H_1 - H) - y_c)) \quad (9)$$

S : فاصله بین پی‌های مجاور هم (شکل ۲) و H_1 معادل ارتفاع دیوار حائل مجازی پی مجاور و H ارتفاع دیوار مجازی پی مورد نظر و x_c, y_c مختصات محل برخورد گوه مقاوم پی مورد نظر و پی مجاور است که در این روابط نشان داده می‌شود:

$$x_c = (H_1 - H - S \tan(\eta_{pe})) / (-\tan(\eta_{pe})) \quad (10)$$

$$y_c = |x_c \tan(\eta_{pe})| + (H - H_1) \quad (11)$$

۲. در حالت دوم شرایطی بررسی می‌شود که ناحیه مقاوم پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد

نظر عبور نکند (شکل ۲ ب)، $S > \frac{H}{\tan(\eta_{pe})}$ ، با توجه به این‌که در این حالت تداخل

سطح گسیختگی بر ناحیه فعال پی مورد نظر تأثیر نمی‌گذارد، نیروی فعال ناشی از وزن خاک مشابه پی منفرد از روش کولمب به‌دست می‌آید و نیروی مقاوم ناشی از وزن خاک

وارد بر دیوار حائل مجازی با در نظر گرفتن تعادل ناحیه مقاوم، با کسر ناحیه تداخل پی مورد نظر با پی مجاور، و استفاده از قانون سینوس ها (مثلث نیروها) به دست می آید. نیروی فعال و مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی در این شرایط در این روابط نشان داده شده اند:

$$p_p = g_{pf} \gamma (0.5 y_c (S - x_c) + (H - y_c) ((S - x_c) + (S - (\frac{H_1}{\tan(\eta_{pe}})))))) / 5 \quad (12)$$

$$p_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2 \quad (13)$$

۲. تأثیر چسبندگی خاک بر نیروی فعال و مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی

در این مرحله نیروی افقی فعال و مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی، ناشی از چسبندگی،

مطابق روش کولمب تعیین می شود:

$$p_a + p_p = cK_{pc} H' + cK_{ac} H' \quad (14)$$

H' ارتفاع دیوار حائل مجازی با کسر ضخامتی از دیوار است که با گوه گسیختگی پی مجاور تداخل دارد (به فاصله پی ها از هم بستگی دارد). ذکر این نکته لازم است که H' در شرایطی که سطح گسیختگی پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر عبور کند کم تر از H می شود ولی در شرایطی که سطح گسیختگی پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر عبور نکند $H = H'$ است.

۳. تأثیر سربار \mathcal{D} ، ناشی از عمق پی بر نیروی مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی

در این مرحله نیروی مقاوم افقی ناشی از سربار \mathcal{D} وارد بر دیوار حائل مجازی با در نظر گرفتن تداخل سطوح گسیختگی پی های مجاور یکدیگر تعیین می شود. توجه به این نکته لازم است که فاصله پی های مجاور هم بر نیروی افقی ناشی از سربار \mathcal{D} تأثیر گذار است. در صورتی که سطح گسیختگی پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر عبور کند (شکل ۲ الف)، نیروی مقاوم افقی ناشی از سربار وجود ندارد ولی در شرایطی که سطح گسیختگی پی مجاور فقط از ناحیه مقاوم پی مورد نظر عبور کند (شکل ۲ ب)، نیروی افقی ناشی از سربار ایجاد می شود. به این صورت که فشار ناشی از سربار \mathcal{D} در نسبت طول ناحیه مقاوم پی مورد نظر

با کسر ناحیه تداخل (l_1) به همه طول ناحیه مقاوم پی مورد نظر ($l = \frac{H}{\tan \eta_{pe}}$) ضرب شده (شکل ۲ ب) و به این ترتیب با افزایش فاصله پی‌های مجاور هم، l_1 تغییر کرده و تأثیر فاصله پی‌ها بر نیروی افقی ناشی از سربار دیده می‌شود. در نهایت نیروی افقی مقاوم ناشی از سربار وارد بر دیوار حائل مجازی با در نظر گرفتن تداخل ناحیه گسیختگی پی مورد نظر با پی‌های مجاور بدین صورت به دست می‌آید:

$$p_p = \gamma D \frac{l_1}{l} K_p H \quad (15)$$

که پارامترهای l_1, l, H در شکل ۲ ب نشان داده شده‌اند.

۴. تأثیر وجود مسلح کننده بر نیروی فعال و مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی

در این مرحله نیروی افقی ناشی از مسلح کننده خاک (وارد بر دیوار حائل مجازی) در ناحیه فعال و مقاوم محاسبه می‌شود. به این ترتیب که مقاومت برشی خاک در طولی از مسلح کننده که در ناحیه مقاوم و فعال (با کسر نواحی که با سطح گسیختگی پی مجاور تداخل دارد) وجود دارند، ضرب می‌شود و نیروی افقی مقاوم و فعال ناشی از مسلح کننده خاک مطابق این رابطه به دست می‌آید:

$$p_a + p_p = (c + \gamma H' \tan(\frac{2}{3}\phi))(l_{actrein} + l_{passiverein}) \quad (16)$$

به این ترتیب با استفاده از روش دیوار حائل مجازی و برابر قرار دادن نیروی فعال و مقاوم ناشی از وزن خاک و چسبندگی خاک و سربار ناشی از عمق پی و مسلح کننده و بار سازه، ظرفیت باربری پی‌های مجاور یک‌دیگر در دو حالت بدین صورت به دست می‌آید:

$$(1) \quad \text{اگر } S < \frac{H}{\tan(\eta_{pe})} \text{ باشد (شکل ۲ الف):}$$

(۱۷)

$$q_g = \frac{1}{K_a H'} (p_p - p_a + cK_{pc} H' + cK_{ac} H' + \gamma D \frac{l_1}{l} K_p H + (l_{activrein} + l_{passivrein})(\gamma H' \tan(\frac{2}{3}\phi) + c))$$

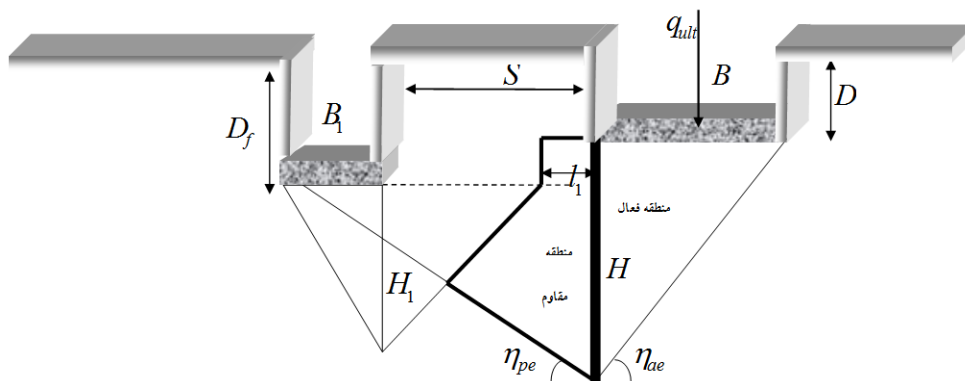
$$(2) \quad \text{اگر } S > \frac{H}{\tan(\eta_{pe})} \text{ باشد (شکل ۲ ب):}$$

$$q_g = \frac{1}{K_a H} (p_p - 0.5 \gamma K_a H^2 + c K_{pc} H + c K_{ac} H + \gamma D \frac{l}{l} K_p H) \quad (18)$$

$$+ (l_{activerain} + l_{passiverain}) (\gamma H \tan(\frac{2}{3} \varphi) + c)$$

که p_a, p_p نیروی فعال و مقاوم ناشی از وزن خاک است که در روابط (۸)، (۹)، (۱۲) و (۱۳) معرفی شده‌اند.

باید توجه شود که اگر عمق و عرض پی‌های نزدیک هم یکسان نباشد، وزن خاک در نواحی مقاوم و فعال و در نتیجه p_p, p_a تغییر می‌کند و بنا بر این ظرفیت باربری پی‌های نزدیک هم با توجه به عمق و عرض پی‌ها متفاوت می‌شود (شکل ۴). در تحقیق حاضر، نتایج حاصل از روش تحلیلی، برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های مجاور یک‌دیگر، از طریق برنامه‌نویسی در محیط متلب^۱ به‌دست آمده است و با استفاده از این برنامه تأثیر فاصله پی‌ها، عمق پی، نوع خاک و مسلح‌کننده در این تحقیق بررسی شده است.



شکل ۴. تأثیر عمق و عرض پی‌های نزدیک هم بر ظرفیت باربری پی‌های مجاور یک‌دیگر

نتایج و مباحث

۱. مقایسه روش ارائه شده در تحقیق حاضر با روش‌های دیگر

در این بخش، روش تحلیلی ارائه شده در مقاله حاضر برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم، با استفاده از رابطه (۱۹) با روش‌های ارائه شده در گذشته مقایسه می‌شود. در تمام موارد بررسی شده در این تحقیق عرض پی‌های مجاور هم یکسان در نظر گرفته شده است.

۱. Matlab

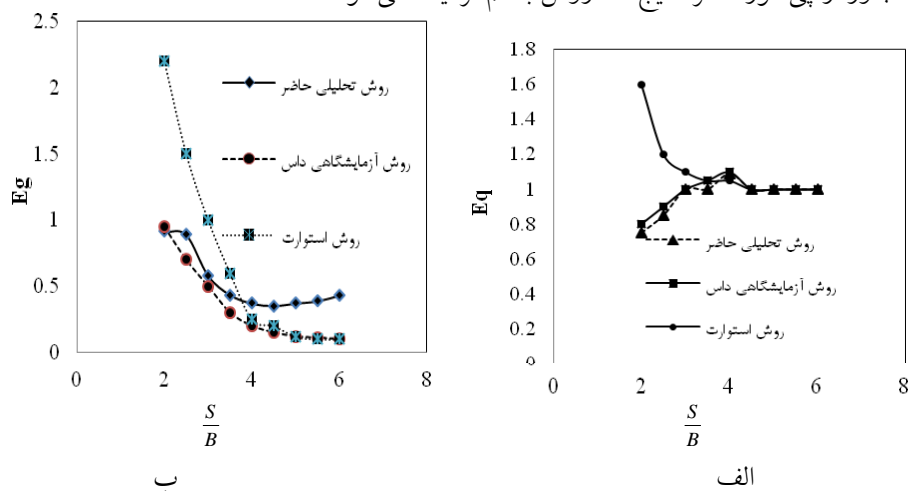
ذکر این نکته لازم است که روش دیوار حائل مجازی برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های منفرد واقع بر زمین مسطح و شیبدار در تحقیقات قبلی نویسنده، بررسی شده است و نتایج حاصل از این روش با نتایج روش‌های ارائه شده در گذشته از قبیل مایرهورف وهانسن و ... مقایسه شده و در نتایج هم‌خوانی روش دیوار حائل مجازی با روش‌های دیگر برای پی منفرد مشخص شده است.

$$q_u = qN_q E_q + \frac{1}{\gamma} \gamma B N_\gamma E_g \quad (19)$$

E_q , E_g ضریب‌هایی هستند که تأثیر وجود پی‌های نزدیک هم نسبت به شرایط پی‌های منفرد را نشان می‌دهند. هم‌چنین در رابطه بالا جمله اول تأثیر عمق پی و جمله دوم تأثیر وزن خاک را نشان می‌دهد که در تعیین رابطه ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم بررسی شدند. در مطالعه موردی خاک غیرچسبنده فرض شده و زاویه اصطکاک آن برابر ۳۹ درجه در نظر گرفته شده است. در روش ارائه شده در مقاله جاضر، چنان‌که در شکل ۵ ب دیده می‌شود با افزایش فاصله بین پی‌ها و با توجه به افزایش سهم سربار γD در ناحیه مقاوم، پس E_q افزایش می‌یابد و با افزایش فاصله پی‌ها تا جایی که تداخل سطح گسیختگی وجود ندارد، این ضریب ثابت می‌شود و در واقع شرایط پی منفرد برقرار می‌شود. در مورد ضریب E_g با توجه به این‌که در فواصل نزدیک پی‌ها سطح گسیختگی مربوط به ناحیه مقاوم پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر عبور می‌کند، پس هم بر نیروی فعال و هم نیروی مقاوم ناشی از وزن خاک تأثیر می‌گذارد. با افزایش فاصله پی‌ها از هم سطح گسیختگی ناحیه مقاوم پی مجاور به تدریج از ناحیه فعال پی مورد نظر خارج شده و به این ترتیب هر دو نیروی فعال و مقاوم افزایش می‌یابند. میزان افزایش این دو نیرو و تأثیر بر کاهش و افزایش ضریب E_g به شرایط موجود بستگی دارد. در این مورد، در روش تحلیلی حاضر، با افزایش فاصله پی‌ها از هم، ضریب E_g کاهش پیدا می‌کند (شکل ۵ الف).

چنان‌که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، نتایج آزمایشگاهی که داس ارائه کرده با نتایج تحلیلی استوارت و نتایج تحلیلی ارائه شده در تحقیق حاضر مقایسه شده است [۱]، [۴]. نتایج نشان می‌دهد که E_q روش حاضر و روش داس به هم نزدیکند. با کاهش نسبت فاصله پی‌ها به

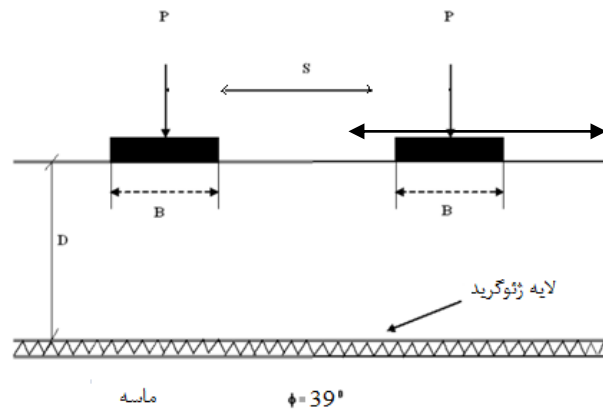
عرض (S/B) ، $S/B < 4$ ، E_q مربوط به روش حاضر و Dos کاهش می‌یابد و کم‌تر از ۱ می‌شوند، ولی E_q روش استوارت افزایش می‌یابد و بیش‌تر از ۱ می‌شود. هم‌چنین نتایج نشان می‌دهد که E_g مربوط به روش حاضر و روش داس به هم نزدیکند. چنان‌که در شکل ۵ الف دیده می‌شود، E_g روش حاضر و داس در شرایطی که $S/B=2$ باشد، تقریباً برابر ۱ است و با افزایش S/B ، E_g کاهش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که در روش استوارت وقتی $S/B=2$ باشد مقدار E_g برابر ۲/۲ می‌شود و با نتایج داس و نتایج حاضر تفاوت چشم‌گیری دارد، ولی با افزایش فاصله پی‌ها بیش‌تر از ۴ برابر عرض پی و خروج تدریجی سطح گسیختگی پی مجاور از پی مورد نظر نتایج سه روش به هم نزدیک می‌شوند.



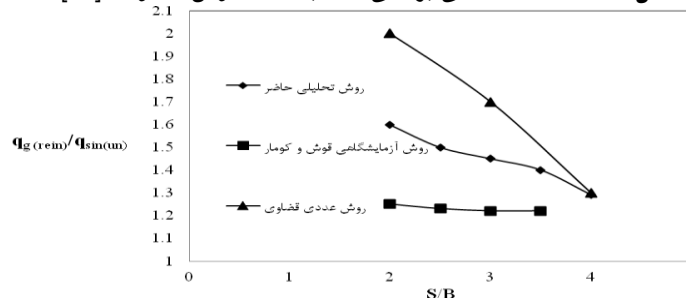
شکل ۵. بررسی تأثیر فاصله بین پی‌های مجاور هم بر ضرایب E_q و E_g از روش استوارت و داس و روش ارائه شده در تحقیق حاضر [۱]، [۴]

در شکل ۷ تأثیر مسلح کردن خاک در شرایط پی‌های واقع شده در مجاورت هم، در فواصل مختلف پی‌ها، از روش تحلیلی ارائه شده در تحقیق حاضر با روش آزمایشگاهی قوش و کومار در سال ۲۰۰۷ و روش عددی قضاوی در سال ۲۰۰۸ مقایسه شده است [۶]، [۱۰]. روش عددی که قضاوی و همکاران ارائه کردند بر پایه تفاضل محدود است و از برنامه $Flac^3D$ استفاده شده و هم‌چنین رفتار خاک بر پایه معیار موهر-کولمب در نظر گرفته شده است. هم‌چنین مدل آزمایشگاهی که قوش و کومار بررسی کردند در شکل ۶ نشان داده شده است. در این مدل آزمایشگاهی یک لایه ژئوگرید برای مسلح کردن خاک در فواصل مختلف

از سطح زمین در نظر گرفته شده است. خاک در نظر گرفته شده در هر دو مدل عددی و آزمایشگاهی ماسه با زاویه اصطکاک ۳۹ درجه است. بنا بر این در مقایسه روش تحلیلی ارائه شده با دو روش عددی و آزمایشگاهی از همین نوع خاک استفاده می‌شود و فاصله لایه مسلح کننده از سطح زمین برابر عرض پی در نظر گرفته می‌شود. این فاصله در نتایج هر دو روش عددی و آزمایشگاهی ارائه شده است. ذکر این نکته لازم است که در روش آزمایشگاهی ظرفیت باربری پی از نمودار بار، جابه‌جایی در زمانی که نمودار به حداکثر مقدار رسیده و بعد از آن افت بار دیده می‌شود، تعیین شده است. نتایج نشان می‌دهد که نسبت ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم واقع بر خاک مسلح به ظرفیت باربری پی‌های منفرد واقع بر خاک غیرمسلح، $q_{g(rein)} / q_{sin(un)}$ از روش پیشنهاد شده در مقاله حاضر بین دو روش عددی و روش آزمایشگاهی قرار دارد. چنان‌که در شکل ۷ دیده می‌شود، روش عددی بالاترین پاسخ و روش آزمایشگاهی کم‌ترین پاسخ را نتیجه می‌دهد و روش تحلیلی ارائه شده در تحقیق حاضر بین نتایج عددی و آزمایشگاهی قرار دارد و با افزایش فاصله بین پی‌ها نتایج حاصل از روش تحلیلی حاضر و روش عددی و آزمایشگاهی به هم نزدیک می‌شوند. هم‌چنین نتایج نشان می‌دهد که در روش پیشنهادی در تحقیق حاضر ظرفیت باربری پی‌های نزدیک هم واقع بر خاک مسلح ۳۰-۶۰ درصد بیش‌تر از ظرفیت باربری پی‌های منفرد واقع بر خاک‌های غیرمسلح می‌شود و مقدار تأثیر خاک مسلح بر ظرفیت باربری پی‌های مجاور یک‌دیگر به فاصله پی‌ها از هم بستگی دارد. از طرف دیگر، چنان‌که در شکل ۷ نشان داده شده است، در $S/B=2$ ، $q_{g(rein)} / q_{sin(un)}$ روش حاضر ۲۰ درصد از روش آزمایشگاهی قوش و کومار بیش‌تر و تقریباً ۲۰ درصد از روش عددی قضاوی کم‌تر است و هم‌چنین با افزایش فاصله پی‌ها این اختلاف کاهش می‌یابد و در $S/B=4$ نتایج حاصل از سه روش تقریباً بر هم منطبق می‌شوند. به این ترتیب با توجه به این‌که روش دیوار حائل مجازی برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های منفرد در تحقیقات قبلی انجام شده به وسیله نویسنده هم‌خوانی قابل قبولی با نتایج ارائه شده در گذشته نشان داده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که روش دیوار حائل مجازی برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های واقع بر خاک مسلح، در شرایط پی‌های مجاور هم و پی‌های منفرد نتایج قابل قبولی ارائه داده و می‌تواند به کار برده شود.



شکل ۶. مدل آزمایشگاهی بررسی شده به وسیله قوش و کومار [۱۰]



شکل ۷. بررسی تأثیر فاصله بین پی ها بر نسبت ظرفیت باربری پی های اجرا شده نزدیک هم واقع بر خاک مسلح به پی های منفرد واقع بر خاک غیرمسلح از روش های ارائه شده در گذشته و روش ارائه شده در تحقیق حاضر [۶]، [۱۰]

۲. پژوهش های پارامتریک

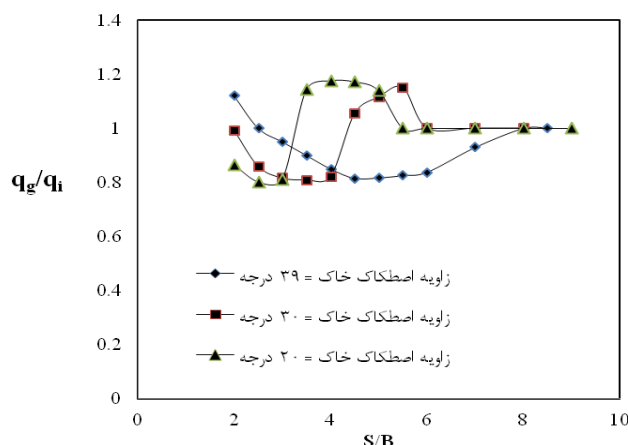
در تحقیق حاضر، روش تحلیلی شرح داده شده برای بررسی تأثیر نوع خاک (چسبنده و غیرچسبنده) و ویژگی های پی (عمق پی) بر ظرفیت باربری پی های مجاور یکدیگر در فواصل مختلف پی ها و با فرض عرض یکسان پی های مجاور از هم به کار برده می شود.

۲-۱. تأثیر نوع خاک

در این بخش تأثیر زاویه اصطکاک و چسبندگی خاک بر ظرفیت باربری پی های نزدیک هم بررسی شده است. در ابتدا، ظرفیت باربری خاک های بدون چسبندگی در زاویه های اصطکاک مختلف تعیین می شود. چنانکه در شکل ۸ مشاهده می شود، تأثیر فاصله پی ها بر ظرفیت

باربری پی‌های نزدیک هم در خاک‌ها با زاویه‌های اصطکاک مختلف مشابه نیست. وقتی زاویه اصطکاک برابر ۳۹ درجه باشد، q_g/q_i که معادل نسبت ظرفیت باربری پی‌های نزدیک هم به پی منفرد است، با افزایش فاصله پی‌ها، از مقدار ۱/۱۲، در $S/B=2$ ، کاهش یافته و کم‌تر از ۱ می‌شود و در نهایت با افزایش بیش‌تر فاصله پی‌ها به ۱ نزدیک می‌شود. در خاک‌ها با زاویه اصطکاک پایین‌تر رفتار متفاوت می‌شود و با افزایش فاصله پی‌ها q_g/q_i در ابتدا از مقدار کم‌تر از ۱ به بیش‌تر از ۱ افزایش یافته و سپس با افزایش بیش‌تر فاصله پی‌ها از هم، کاهش می‌یابد و به ۱ نزدیک می‌شود. باید توجه شود که زاویه اصطکاک خاک بر زوایای ناحیه مقاوم و فعال با جهت افقی (η_{ae}, η_{pe}) تأثیر می‌گذارد و این عامل باعث تغییر ظرفیت باربری پی‌های نزدیک هم، با افزایش فاصله پی‌ها، نسبت به پی‌های منفرد در خاک‌ها با زاویه اصطکاک مختلف می‌شود. در واقع در زاویه اصطکاک ۳۹ درجه در فاصله نزدیک پی‌ها ($S/B=2$)، سطح گسیختگی مقاوم پی مجاور به گونه‌ای است که از ناحیه فعال و مقاوم پی مورد نظر عبور می‌کند و بدین ترتیب با افزایش فاصله پی‌ها از هم سطح گسیختگی پی مجاور به تدریج از ناحیه فعال پی مورد نظر خارج می‌شود و نیروی فعال و مقاوم افزایش پیدا می‌کند و در نهایت میزان افزایش این دو نیرو باعث کاهش نسبت q_g/q_i با افزایش فاصله پی‌ها از هم می‌شود ولی این کاهش با افزایش بیش‌تر فاصله پی‌ها از هم و خروج سطح گسیختگی مقاوم پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر به افزایش تبدیل می‌شود. زیرا با خارج شدن سطح گسیختگی پی مجاور از ناحیه فعال پی مورد نظر و افزایش سطح گسیختگی مقاوم پی مورد نظر نیروی مقاوم وارد بر دیوار حائل افزایش می‌یابد و همین باعث افزایش q_g/q_i می‌شود، در نهایت با خارج شدن کامل سطح گسیختگی پی مجاور از سطح گسیختگی پی مورد نظر، q_g/q_i به ۱ نزدیک می‌شود. به همین ترتیب با کاهش زاویه اصطکاک خاک تغییر سطح گسیختگی به گونه‌ای است که در $S/B=2$ سطح بیش‌تری از ناحیه فعال زیر پی مورد نظر با سطح گسیختگی ناحیه مقاوم پی مجاور قطع می‌شود و با افزایش فاصله پی‌ها از هم نیروی فعال و مقاوم به تدریج افزایش می‌یابد ولی تغییر q_g/q_i به میزان افزایش نیروی مقاوم و فعال بستگی دارد. به این دلیل است که در شکل ۸، q_g/q_i با کاهش زاویه اصطکاک، ابتدا کاهش می‌یابد و سپس افزایش می‌یابد تا این مرحله سطح گسیختگی پی مجاور در ناحیه فعال پی مورد نظر قرار دارد. علت کاهش q_g/q_i در قسمت بعد نمودار این است که سطح گسیختگی از ناحیه فعال خارج شده و

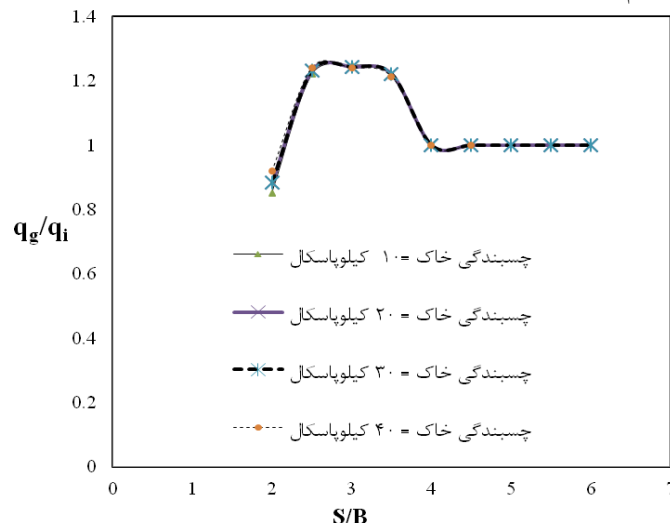
افزایش نیروی فعال به گونه ای است که باعث کاهش نسبت q_g/q_i می شود و در نهایت با خارج شدن کل سطح گسیختگی پی مجاور از سطح گسیختگی پی مورد نظر این نسبت به ۱ نزدیک می شود. نتایج نشان می دهد که هر چه زاویه اصطکاک خاک کم تر شود، در فاصله کم تر پی ها از هم سطح گسیختگی مقاوم از سطح گسیختگی پی مورد نظر خارج شده و نسبت q_g/q_i به ۱ نزدیک می شود. در واقع تأثیر زاویه اصطکاک خاک بر سطح گسیختگی پی، باعث تغییرات q_g/q_i در فواصل مختلف پی ها از هم می شود.



شکل ۸. تأثیر فاصله پی ها از هم بر نسبت ظرفیت باربری پی های مجاور هم به ظرفیت باربری پی منفرد در زوایای اصطکاک مختلف خاک (خاک بدون چسبندگی فرض شده است)

در این بخش تأثیر چسبندگی خاک بر ظرفیت باربری پی های مجاور هم، ارائه شده در پژوهش حاضر، تأثیر ظرفیت باربری پی های مجاور یکدیگر به پی های منفرد در فواصل معین پی ها از هم تقریباً ثابت می ماند. در رابطه ظرفیت باربری پی های مجاور هم، ارائه شده در پژوهش حاضر، تأثیر چسبندگی خاک بر نیروی فعال و مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی از روش کولمب تعیین شده است. در کل نتایج نشان می دهد که اثر زاویه اصطکاک خاک بر نسبت ظرفیت باربری پی های نزدیک هم به پی های منفرد به طور چشم گیری بیش تر از چسبندگی خاک است. زیرا زاویه اصطکاک خاک تأثیر چشم گیر بر سطوح گسیختگی مقاوم و فعال و هم چنین سهم خاک

موجود در ناحیه فعال و مقاوم دارد و به این دلیل تأثیر زاویه اصطکاک خاک بر ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم بیش‌تر از چسبندگی خاک است.

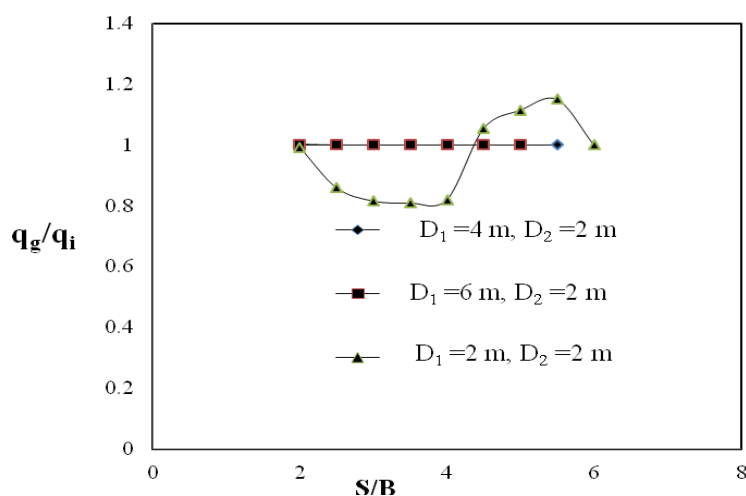


شکل ۹. تأثیر چسبندگی خاک بر ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم نسبت به پی‌های منفرد در فاصله‌های مختلف پی‌ها از هم (زاویه اصطکاک خاک ۱۰ درجه فرض شده است)

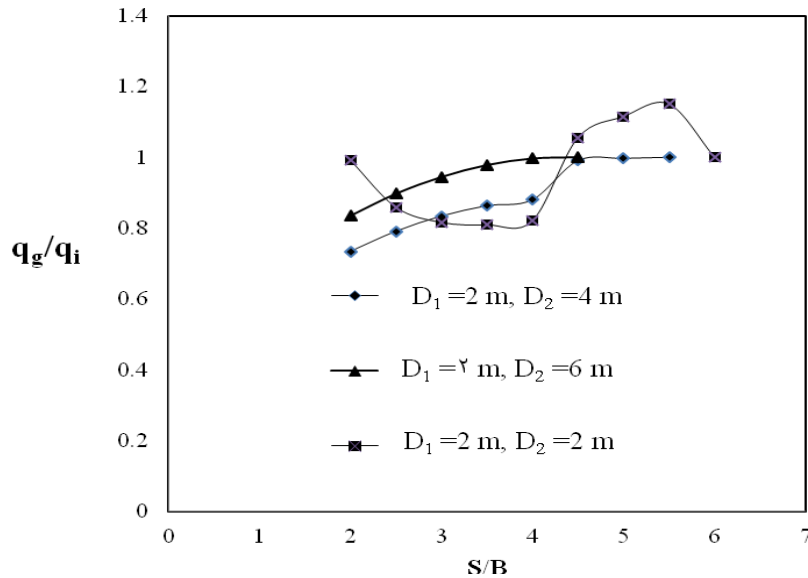
۲-۲. تأثیر عمق پی‌های مجاور هم

در این بخش تأثیر عمق‌های مختلف پی‌های نزدیک هم بر ظرفیت باربری پی‌های مجاور یک‌دیگر بررسی می‌شود، خاک بررسی شده ماسه با زاویه اصطکاک ۳۰ درجه است (شکل‌های ۱۰ و ۱۱). نتایج نشان می‌دهد که اگر عمق پی مورد نظر (D_1) بیش‌تر از ۲ برابر عمق پی مجاور (D_2) باشد، در شرایطی که عرض پی‌ها مشابه است، سطح گسیختگی پی مجاور تأثیری بر ظرفیت باربری پی مورد نظر ندارد و چنان‌که در شکل ۱۰ دیده می‌شود، ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم در فواصل مختلف پی‌ها از هم نسبت به پی منفرد تغییری نمی‌کند. زیرا در این شرایط سطح گسیختگی پی مجاور تداخلی با سطح گسیختگی پی مورد نظر ندارد و بنا بر این وجود پی مجاور بر ظرفیت باربری پی مورد نظر تأثیر ندارد. از طرف دیگر در شرایطی که عمق پی مورد نظر کم‌تر از پی مجاور باشد، نتایج متفاوت می‌شود و سطح گسیختگی پی‌های مجاور بر پی مورد نظر تأثیرگذار است. نتایج نشان می‌دهد که وقتی $S/B=2$ باشد، q_g / q_i

در شرایطی که عمق پی مجاور بیش تر از عمق پی مورد نظر باشد (شکل ۱۱) کم تر از ۱ و کم تر از شرایطی که عمق پی ها یک سان باشد، می شود. زیرا افزایش عمق پی مجاور باعث می شود که، در فواصل نزدیک پی ها از هم، فضای بیش تری از سطح گسیختگی پی مورد نظر با سطح گسیختگی پی مجاور تداخل داشته باشد و در نتیجه نیروی مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی و نیز q_g/q_i کاهش پیدا کند (شکل ۴). هم چنین با افزایش فاصله پی های نزدیک هم نیروی مقاوم و در نتیجه q_g/q_i افزایش یافته و به ۱ نزدیک می شود. نتیجه دیگری که از شکل ۱۱ به دست می آید این است که با افزایش عمق پی مجاور، فاصله ای از پی ها که سطح گسیختگی پی مجاور از پی مورد نظر خارج شده و وجود پی مجاور تأثیری بر ظرفیت باربری پی مورد نظر نمی گذارد، کاهش می یابد. به این ترتیب نتایج نشان می دهد که تأثیر عمق پی های مجاور بر ظرفیت باربری پی مورد نظر مخصوصاً در شرایطی که عمق پی های مجاور نسبت به پی مورد نظر بیش تر است، باید مورد توجه قرار گیرد. لازم به ذکر است که عرض پی های مجاور هم که به نوع پی بستگی دارد، بر ظرفیت باربری پی های مجاور هم نسبت به پی های منفرد تأثیرگذار است و نتایج نسبت به شرایطی که عرض پی ها یک سان باشد، متفاوت می شود.



شکل ۱۰. تأثیر عمق پی های مجاور بر نسبت ظرفیت باربری پی های نزدیک هم به پی منفرد در فواصل مختلف پی ها از هم (عمق پی مورد نظر بیش تر از پی مجاور است)



شکل ۱۱. تأثیر عمق پی‌های مجاور بر نسبت ظرفیت باربری پی‌های اجرا شده در نزدیکی هم به پی منفرد در فواصل مختلف پی‌ها از هم (عمق پی مورد نظر کم‌تر از پی مجاور است)

نتایج

در این تحقیق، با استفاده از روش تحلیلی دیوار حائل مجازی تأثیر فاصله پی‌های مجاور هم، نوع خاک، عمق پی‌های مجاور هم و خاک مسلح شده بر ظرفیت باربری پی‌های نزدیک هم بررسی شده و ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم با پی‌های منفرد مقایسه شد. در حالت کلی می‌توان گفت که ظرفیت باربری پی‌های مجاور هم با توجه به شرایط می‌تواند بیش‌تر یا کم‌تر از ظرفیت باربری پی‌های منفرد شود و در این میان نوع خاک موجود، فاصله بین پی‌های مجاور هم، ویژگی‌های پی بر این افزایش و کاهش تأثیر قابل توجه دارند. نتایج به‌دست آمده از روش تحلیلی ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی که محققان دیگر ارائه کرده‌اند، مقایسه شد و هم‌خوانی قابل قبولی، مخصوصاً با نتایج آزمایشگاهی نتیجه شد. در بررسی‌های پارامتریک این نتایج به‌دست آمد:

- هر چه زاویه اصطکاک خاک کم‌تر باشد، فاصله بین پی‌ها که در آن فاصله، سطح گسیختگی پی مجاور از پی مورد نظر خارج شده و پی مجاور بر ظرفیت باربری پی مورد نظر تأثیری

ندارد، کاهش یافته و تغییرات ظرفیت باربری پی های مجاور یکدیگر نسبت به پی های منفرد در فواصل مختلف پی ها از هم متفاوت می شود. این نتیجه به علت تأثیر چشم گیر زاویه اصطکاک خاک بر سطوح مقاوم و فعال به دست می آید. از طرف دیگر نتایج نشان دادند که تغییر چسبندگی خاک بر نسبت ظرفیت باربری پی های مجاور هم به پی منفرد در فاصله معین پی ها از هم تأثیری نمی گذارد.

- اگر عمق پی مجاور کم تر از نصف عمق پی مورد نظر باشد، ظرفیت باربری پی مورد نظر دقیقاً با ظرفیت باربری پی منفرد یکسان می شود. ولی در صورتی که عمق پی مجاور بیش تر از پی مورد نظر باشد، در فواصل نزدیک پی ها، نسبت ظرفیت باربری پی های مجاور هم به پی منفرد کم تر از شرایط یکسان بودن عمق پی های مجاور هم می شود. هم چنین فاصله پی ها که در آن فاصله سطح گسیختگی پی مجاور از سطح گسیختگی پی مورد نظر خارج شده و پی مجاور بر ظرفیت باربری پی مورد نظر تأثیری ندارد، با افزایش عمق پی مجاور کم تر می شود. بنا بر این تأثیر پی مجاور بر ظرفیت باربری پی مورد نظر مخصوصاً در شرایطی که عمق پی مجاور بیش تر از پی مورد نظر است، باید بررسی شود.

- تأثیر خاک مسلح بر ظرفیت باربری پی های نزدیک هم به فاصله پی ها از هم بستگی دارد و با کاهش فاصله پی ها و افزایش زاویه اصطکاک خاک افزایش می یابد. در روش تحلیلی ارائه شده، ظرفیت باربری پی های مجاور هم واقع بر خاک مسلح، با توجه به فاصله پی ها، ۳۰ تا ۶۰ درصد بیش تر از ظرفیت باربری پی های منفرد واقع بر خاک غیر مسلح است و مقایسه نتایج تحقیق حاضر با تحقیقات ارائه شده در گذشته نشان داد که روش دیوار حائل مجازی برای تعیین ظرفیت باربری پی واقع بر خاک مسلح در شرایط پی های مجاور هم و پی های منفرد نتایج قابل قبولی ارائه می دهد.

- با توجه به تأثیر شرایط لرزه ای و نوع پی بر نیروهای فعال و مقاوم وارد بر دیوار حائل مجازی، پیشنهاد می شود که از روش دیوار حائل مجازی برای بررسی تأثیر پارامترهای اشاره شده بر ظرفیت باربری پی های مجاور هم نسبت به پی های منفرد استفاده شود.

تشکر و قدردانی

بدین وسیله از دانشگاه آزاد اسلامی واحد اسلامشهر برای حمایت مالی از این طرح پژوهشی تشکر و قدردانی می‌شود.

منابع

1. Stuart J. G., "Interference between foundations with special reference to surface footing on sand", *Geotechnique Journal*, Vol. 12, 1 (1962) 15-27.
2. Mandel J., "Interference plastique de foundations superficielles", *Proceedings of International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Budapest (1963).
3. Saran S., Agarwal V. C., "Interference of surface footings on sand", *Indian Geotechnical Journal*, Vol. 4 (1974) 129-139.
4. Das B. M., S. Larbi-Cherif, "Bearing capacity of two closely spaced shallow foundations on sand", *Soils and Foundations*, Vol. 23, 1 (1983) 1-15.
5. Ghazavi M., Alimardani A., "Behavior of closely spaced square and circular footings on reinforced sand", *Soils and Foundations*, Vol. 52, 1 (2012) 160-167.
6. Ghazavi M., Alimardani A., "Interference effect of shallow foundations constructed on sand reinforced with geosynthetics", *Geotextiles and Geomembranes*, Vol. 26 (2008) 404-415.
7. Kumar A., "Interaction of footings resting on reinforced earth slab", Ph.D. Thesis University of Roorkee, Roorkee, India (1997).

8. Kumar A., Saran S., "Closely spaced footings on geogrid reinforced sand", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, Vol. 129 (2003) 660-664.
9. Kumar A., Saran S., "Closely spaced strip footings on reinforced sand", *Journal of the Southeast Asian Geotechnical Society*, Vol. 12 (2003) 177-186.
10. Kumar J., Ghosh P., "Ultimate bearing capacity of two interfering rough strip footings", *International Journal of Geomechanics*, ASCE, Vol. 7 (2007) 53-62.
11. Kumar J., Ghosh P., "Upper bound limit analysis for finding interference effect of two nearby strip footings on sand", *Geotechnical and Geological Engineering*, Vol. 25 (2007) 499-507
12. Kumar J., Bhattacharya P., "Bearing capacity of interfering multiple strip footings by using lower bound finite elements limit analysis", *Computers and Geotechnics*, Vol. 37, 5 (2010) 731-736.
13. Amir A., "Interference Effect on the Behaviour of Footings", Ph.D. Thesis, University of Roorkee, Roorkee, India (1992).
14. Bohra K. H., "Interference between circular footings placed on sand" M.E. Dissertation, University of Jodhpur, Jodhpur, Rajasthan, India (1986).
15. Graham J., Raymond G. P., Suppiah A., "Bearing capacity of three closely-spaced footings on sand", *Geotechnique*, Vol. 34, 2 (1984) 173-182.

16. Khan I. N., "Group behavior of footings on dune sand", M. E. Dissertation, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Jodhpur, Jodhpur, Rajasthan, India (1986).
17. Patankar M. V., Khadilkar B. S., "Nonlinear analysis of interference of three surface strip footings by finite element method", Indian Geotechnical J., Vol. 11,4 (1981) 327-344.
18. Selvadurai A. P. S., Rabbaa S. A. A., "Some experimental studies concerning the contact stresses beneath interfering rigid strip foundations resting on a granular stratum", Can. Geotech. J., Vol. 20, 3, (1983) 406-415.
19. West J. M., Stuart J. G., "Oblique loading resulting from interference between surface footings on sand", Proc., 6th Int. Conf. Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 2 (1965) 214-217.