

A comprehensive study on the effects of geometric and geomechanical parameters on crown pillar behavior during the transition from open-pit to underground mining

Salman Shamsoddini Motlagh¹, Saeed Mahdavi^{2✉}

1. Department of Mining Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.

2. Department of Mining Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran. E-mail: smahdevari@iut.ac.ir

Article Info

Article type:

Research Article

Article history:

Received 11 November 2025

Accepted 6 May 2026

Keywords:

Crown pillar, Sensitivity analysis, Underground mining, 3D numerical simulation.

ABSTRACT

Due to the deepening of open-pit mines and associated environmental concerns, the current period has been termed the 'return to underground mining era'. One of the key factors in transitioning from open-pit to underground mining is designing crown pillars based on economic and technical considerations. Due to the uncertainties surrounding this research topic, the present study uses three-dimensional numerical simulations to investigate the interactive effects of geometric and geomechanical parameters on the behaviour of crown pillars during the transition to underground mining. Pillar behaviour was evaluated based on displacement magnitude and the volume of the plastic zone of the pillar. The results of the numerical simulation showed that geometric parameters play a much more significant role than rock mechanical properties. Of the geometric parameters, the pillar dimension index (the product of the pillar's thickness and span) and the crown pillar's span play a decisive role in controlling pillar behaviour. From a geomechanical perspective, within the range of variations considered in this research, the rock elastic modulus was identified as the parameter most influential on crown pillar behaviour. This parameter controls crown pillar behaviour at a critical value of 7 GPa. Crown pillar span was identified as the second most influential parameter and can predict crown pillar displacement with a correlation coefficient of 0.83. The pillar dimension index can estimate the plastic zone volume in the pillar with 20% accuracy.

Introduction

The optimal design of the crown pillar in the transition from open-pit to underground mining is one of the key issues in deep mining operations. Previous studies on crown pillar design can generally be classified into three categories: numerical, analytical, and empirical. The inherent uncertainties and the need to balance safety and economic considerations in crown pillar design highlight the necessity for further research in this area. While analytical methods are useful in the early stages due to their simplicity and speed, they cannot account for nonlinear rock behaviour or three-dimensional boundary conditions resulting from in-situ stresses and geometry. Similarly, empirical methods based on databases and data analysis are limited by the scope of available data, raising questions about their application beyond this scope. To overcome these limitations, numerical techniques have been developed that allow for more accurate modeling of geomechanical conditions and identification of failure mechanisms. Despite significant advances in crown pillar design, a review of existing research indicates that a comprehensive and systematic study examining the combined effects of

geometric and geomechanical parameters on crown pillar stability is still lacking. Such a study could contribute to the establishment of a more complete framework for the optimal design of crown pillars and the reduction of existing uncertainties. In this research, the geometric and geomechanical parameters affecting crown pillar stability are identified, and the necessary experiments to evaluate the influence of these parameters on crown pillar stability are designed using the Taguchi method and analyzed through three-dimensional numerical simulations.

Materials and Methods

Identification of Influential Parameters and Taguchi Test Design

The parameters affecting the dimensions of the crown pillar in the transition from open-pit to underground mining can be categorized into two main classes: geometric parameters and geomechanical parameters. In the present study, the well-established Mohr-Coulomb failure criterion was adopted to assess rock mass behavior. The geomechanical parameters considered include the internal friction angle, cohesion, Poisson's ratio, and modulus of

Cite this article: Shamsoddini Motlagh, S., Mahdavi, S. (2026). A comprehensive study on the effects of geometric and geomechanical parameters on crown pillar behavior during the transition from open-pit to underground mining. *Journal of Engineering Geology*, 20 (1), 32-47. <https://doi.org/10.22034/JEG.2026.20.1.101085>

deformation. Among the geometric parameters influencing crown pillar dimensions are mining depth, slope angle of the pit wall, horizontal-to-vertical stress ratio, and crown pillar geometry. In this research, the effects of tectonic stresses were neglected, and the magnitudes of in-situ stresses were determined through numerical simulation, considering the gravitational acceleration, density of the host rocks, and pit geometry. From the geometric parameters of the open-pit, depth and slope angle were selected as influential factors, while thickness and width of the crown pillar were treated as variable parameters. The underground ore recovery rate was assumed constant at 60%. A total of 27 parameter combinations were analysed using the Taguchi experimental design technique to evaluate the effects of geometric and geomechanical parameters on crown pillar stability..

Numerical Model and Boundary Conditions

The finite difference method was employed for the numerical simulations using the FLAC 3D software. Due to the geometry of the open-pit mine and the underground stopes, plane strain conditions were not applicable and a three-dimensional simulation was therefore necessary. Due to hardware limitations, the number of degrees of freedom and computational time were reduced by utilising the symmetry of the open-pit and modelling only one-quarter of the pit. The mesh size was selected based on a sensitivity analysis to balance model accuracy and solution time. The model dimensions were chosen so that the placement of the boundaries would not affect the stress and displacement histories. The open pit was defined as having dimensions of 900 × 900 × 310 m, while the underground mine domain measured 900 × 900 × 240 m. This resulted in a total model size of a rectangular cuboid measuring 900 m in length, 900 m in width and 550 m in height. Displacement boundary conditions were applied to all model boundaries. To prevent shock loading and incorrect heave at the pit floor, the excavation of the pit was simulated progressively to replicate the actual stepwise mining sequence.

Results and Discussion

The influence of geometric and geomechanical parameters on the behaviour of crown pillars was evaluated based on two primary criteria: the volume of plastic zones and the displacements generated in the crown pillars and mining stopes. Firstly, the relationships between the input parameters and the output responses were analysed using the Pearson correlation coefficient. Of the geomechanical parameters, Young's modulus and cohesion were found to have the greatest influence on the output variables, while Poisson's ratio and the internal friction angle were found to have the least effect. The most influential geometric parameter was found to be

the Th*Sp factor, followed by the crown pillar span. The effects of pit slope angle and mining depth on the crown pillar were comparable to those of Young's modulus. Overall, geometric parameters were found to exert a greater influence on crown pillar behaviour than geomechanical parameters within the assumed range of variation. A linear relationship was found between the Th*Sp parameter and the plastic zone volume of the crown pillar, enabling estimation of the plastic zone volume with an average accuracy of ±20%. However, there was a tendency to overestimate higher plastic zone values. Displacement generated in both underground and open-pit structures is recognised as a fundamental factor in stability assessment due to its ease of measurement and intuitive nature. The high correlation between the crown pillar span and the resulting displacement enables relatively accurate estimation of crown pillar displacement based on its geometry. This estimated displacement can be used to evaluate the stability of the crown pillar, alongside allowable displacements derived from geomechanical parameters. Based on the calculated correlation coefficients, among geomechanical parameters, only the modulus of deformation had a significant effect on the target variables. The highest correlation was observed with the percentage of plastic zone, which decreased substantially when the modulus increased from 5 to 7 GPa. Increasing the modulus further from 7 to 9 GPa did not significantly affect the plastic zone volume; therefore, a modulus of 7 GPa can be considered as a critical value within the range of variations considered in this study. Both crown pillar subsidence, plastic zone volume, and roof displacements in the stopes exhibited a decreasing trend with increasing modulus of deformation. However, due to the relatively low correlation coefficients, these observed trends are not considered statistically robust at a high confidence level.

Conclusions

This study investigated the influence of geometric and geomechanical parameters on the behaviour of the crown pillar during the transition from open-pit to underground mining using three-dimensional numerical simulations. The results showed that geometric parameters had a greater impact on crown pillar behaviour than geomechanical parameters. The geometric parameters, ranked by their effect on crown pillar behaviour, are as follows: crown pillar dimensions (Th*Sp), crown pillar span, pit slope angle, mining depth and pillar thickness. Of these, pillar thickness had a lesser influence than crown pillar span. Of the geomechanical parameters considered, only the modulus of deformation showed a significant correlation with crown pillar displacement and plastic zone volume. No meaningful relationships were

observed between the other geomechanical parameters and crown pillar behaviour. Within the range of geomechanical parameters considered, a modulus of 7 GPa was identified as a critical value, with the influence of the deformation modulus on crown pillar behaviour increasing rapidly as the modulus decreased below this critical value. The crown pillar size parameter, defined as the product of thickness and span ($Th*Sp$), exhibited a high correlation with crown pillar displacement and could accurately predict

displacement values. A linear relationship between this parameter and plastic zone volume enabled estimation with an accuracy of approximately $\pm 20\%$, demonstrating a tendency to overestimate plastic zone values conservatively. The crown pillar span was identified as the second most influential parameter, and its linear relationship with plastic zone volume enabled evaluation with a correlation coefficient of 0.85, demonstrating its significant impact on crown pillar stability.

بررسی تأثیر پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی بر رفتار لنگه‌ی تاج در گذار از معدنکاری روباز به زیرزمینی

سلمان شمس‌الدینی مطلق^۱، سعید مهدوی^۲✉

۱. گروه مکانیک سنگ، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

۲. گروه مکانیک سنگ، دانشکده مهندسی معدن، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران. رایانامه: smahdevari@iut.ac.ir

اطلاعات مقاله

چکیده

نوع مقاله: مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۸/۲۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۲/۱۶

کلیدواژه‌ها:

تحلیل حساسیت، شبیه‌سازی سه بعدی عددی، لنگه‌ی تاج، معدنکاری زیرزمینی.

با توجه به عمیق شدن معادن روباز و ملاحظات زیست محیطی ناشی از آن، دوران حاضر را دوره بازگشت به معدنکاری زیرزمینی نامیده‌اند. یکی از ملاحظات اساسی در گذر از معدنکاری روباز به زیرزمینی، طراحی لنگه‌ی تاج بر اساس ملاحظات اقتصادی و فنی است. با توجه به عدم قطعیت‌های موجود در این زمینه، پژوهش حاضر با بهره‌گیری از شبیه‌سازی سه‌بعدی عددی به بررسی تأثیرات متقابل پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی بر رفتار لنگه‌ی تاج در گذار از معدنکاری زیرزمینی پرداخته است. رفتار لنگه با توجه به مقدار جابه‌جایی و حجم زون پلاستیک در لنگه مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج تحلیل نشان داد که، پارامترهای هندسی نقش بسیار مهم‌تری نسبت به خصوصیات مکانیکی سنگ ایفا می‌کنند. در میان پارامترهای هندسی، شاخص ابعاد لنگه (حاصل ضرب ضخامت و دهانه لنگه) و دهانه‌ی لنگه‌ی تاج نقش تعیین‌کننده‌ای در کنترل رفتار لنگه دارند. از دیدگاه ژئومکانیکی، در دامنه‌ی تغییرات لحاظ شده در این پژوهش، مدول الاستیسیته سنگ به عنوان پارامتر تأثیرگذار بر رفتار لنگه‌ی تاج شناسایی شد که با مقدار بحرانی ۷ گیگاپاسکال، رفتار لنگه تاج را کنترل می‌کند. دهانه‌ی لنگه‌ی تاج به عنوان دومین پارامتر تأثیرگذار قادر است با ضریب همبستگی ۰/۸۳، میزان جابه‌جایی لنگه‌ی تاج را پیش‌بینی کند و شاخص ابعاد لنگه با دقت ۲۰ درصد قادر است حجم زون پلاستیک در لنگه را برآورد کند.

مقدمه

پایه‌ی شبیه‌سازی عددی دو یا سه‌بعدی استوار بوده و به طراحی لنگه‌ی تاج و آنالیز حساسیت پرداخته‌اند (Ahmed and Rashed, 2023; Rasouli and Shabanimeshcool, 2023; Zhang and Liu, 2024; Zainali et al., 2024; Hamidi and Azadeh, 2024; He and Du, 2025; Masoumipour and Mahdavi, 2025; Khahanipour and Sarbaz, 2025). دسته‌ی دوم مطالعات بر اساس تئوری‌های تیر و استفاده از فرضیات ساده‌کننده در ارتباط با هندسه، شرایط مرزی و تنش‌های برجا، به صورت تحلیلی به طراحی لنگه‌ی تاج پرداخته‌اند. دسته‌سوم مطالعات بر پایه‌های داده‌های میدانی موجود و استفاده از الگوریتم‌های یادگیری، پایداری لنگه‌ی تاج را مورد بررسی قرار دادند. این دسته از روشها اگرچه در دامنه‌ی بانک اطلاعاتی مورد استفاده جهت یادگیری کارآیی بالایی دارند، ولی کارآیی آنها در موارد مشابه دیگر

طراحی بهینه لنگه تاج در فرآیند گذار از معدنکاری روباز به زیرزمینی یکی از مسائل کلیدی در معادن عمیق است. این ناحیه سنگی که بین کف نهایی معدن روباز و سقف فضای کارگاه استخراج زیرزمینی باقی می‌ماند، نقشی حیاتی در تضمین پایداری سازه و جلوگیری از ورود آب دارد. در سال‌های اخیر، پیشرفت در شبیه‌سازی عددی و تحلیل‌های ژئومکانیکی، امکان تحلیل‌های دقیق‌تر برای تعیین ضخامت و پایداری لنگه تاج را فراهم کرده است. مطالعات کلاسیک با استفاده از نسبت ضخامت به دهانه لنگه و نمودار Potvin برای طراحی اولیه کاربرد دارند، اما محدودیت‌هایی در تحلیل پیچیدگی‌های زمین‌شناسی و تنش‌های القایی ناشی از معدنکاری دارند (Chen and Mitri, 2023). مطالعات انجام شده در زمینه طراحی لنگه‌ی تاج را می‌توان در سه دسته‌ی عددی، تحلیلی و تجربی قرار داد. دسته‌ی اول مطالعات بر

استناد: شمس‌الدینی مطلق، س.، مهدوی، س. (۱۴۰۵). بررسی تأثیر پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی بر رفتار لنگه‌ی تاج در گذار از معدنکاری روباز به زیرزمینی. مجله

زمین‌شناسی مهندسی، ۲۰ (۱)، ۳۲-۴۷. <https://doi.org/10.22034/JEG.2026.20.1.101085>

کردند که طراحی تجربی در برخی موارد رفتار واقعی را کمتر از حد برآورد می‌کند، ولی تکنیک اجزاء محدود توانایی ارائه تصویر دقیق‌تر از تنش‌های بحرانی را دارد.

مدل‌های تحلیلی مانند تیر دو سرگیردار نیز هنوز در فاز اول مطالعات یا مطالعات امکان‌سنجی به دلیل سهولت استفاده کاربرد دارند (Verma and Soni, 2024)، اما این مدل‌ها عمده‌تاً قادر به نیستند. از این‌رو، بسیاری از پژوهش‌ها به سمت شبیه‌سازی عددی پیشرفته در محیط‌های پیوسته و ناپیوسته گرایش یافته‌اند (Zhao et al., 2023). دیندارلو و اصانلو (Dindarloo and Osanloo, 2024) مقایسه‌ای میان طراحی تحلیلی و عددی لنگه‌ی تاج انجام دادند و بیان کردند که روش‌های تحلیلی تنها در شرایط ساده معتبرند، درحالی‌که روش‌های عددی در شرایط پیچیده زمین‌شناسی برتری دارند و استفاده از یک رویکرد ترکیبی از روش‌های تحلیلی و عددی برای پوشش نقاط ضعف هر دو روش را پیشنهاد کردند.

پاکالنیز و لاندر (Pakalnis and Lunder, 1997) روابط تجربی برای تخمین دهانه لنگه‌ی تاج ارائه می‌دهند. این فرمول‌ها سالیان متوالی در طراحی اولیه مورد استفاده قرار گرفته‌اند، اما محدودیت آن‌ها در عدم لحاظ دقیق شرایط ناهمگن زمین‌شناسی و هندسه‌ی پیچیده‌ی فضا‌های زیرزمینی است. ویلاسکوزا و پاتوین (Clark & Betournay, 2006) روش‌های طراحی تجربی لنگه‌ی تاج را بررسی و اشاره کردند که معادلات تجربی اگرچه ساده و سریع هستند، اما برای شرایط خاص زمین‌شناسی و مقیاس‌های بزرگ ممکن است کمتر از حد واقعی پایداری را برآورد کنند. کلارک و بتونی (Clark & Betournay, 2006) با بررسی معادن کانادا دستورالعمل‌هایی تجربی، برای طراحی لنگه‌ی تاج ارائه دادند. نتایج پژوهش نشان داد که شرایط ژئومکانیکی محلی می‌تواند اثر قابل توجهی بر عملکرد لنگه‌ی تاج داشته باشد. جاکوبک و بولاک (Jakubec and Bullock, 2014) بیان کرده‌اند، طراحی لنگه‌ی تاج باید همسو با تغییر روش استخراج بازنگری شود. باودن با تمرکز بر مکانیک شکست لنگه‌ی تاج در سنگ‌های ضعیف نشان داد، ریزترک‌های اولیه به سرعت به شکست برشی و کششی بزرگ‌مقیاس منجر می‌شوند و معیارهای تجربی باید اصلاح شوند تا

مورد تردید است (Liu and Zhang, 2023; Xing-dong et al., 2024).

کریمی و نیک‌کار (Karimi and Nikkar, 2023) تاثیر عمق را بر نشست سطحی در گذار از معدن‌کاری روباز به زیرزمینی مورد بررسی قرار دادند و اشاره کردند افزایش عمق به طور قابل توجه‌ای میزان نشست سطحی را کاهش می‌دهد. چن و میتري (Chen and Mitri, 2023) با مدل‌سازی عددی لنگه‌ی تاج به مقایسه روش‌های تجربی و عددی پرداختند و بیان کردند که روش‌های عددی از دقت بالاتری در پیش‌بینی ناپایداری‌ها برخوردارند. زانگ و سان (Zhang and Sun, 2023) با استفاده از روش اجزای محدود تغییرات تنش و کرنش را در لنگه‌ی تاج در شرایط بارگذاری مختلف مورد بررسی قرار دادند و اشاره کردند که مدل‌سازی عددی قادر است مکانیزم‌های گسیختگی برشی و کششی را به‌طور دقیق باز تولید کند و در بهینه‌سازی هندسه لنگه‌ی تاج کاربرد مستقیم دارد. همچنین تاثیر تغییرات ضخامت لنگه‌ی تاج بر پایداری با استفاده از شبیه‌سازی عددی سه‌بعدی مورد بررسی قرار گرفت و نتایج تحقیق نشان داد که ضخامت کمتر از یک آستانه مشخص منجر به گسیختگی سریع می‌شود. درحالی‌که افزایش ضخامت بیش از حد لزوماً موجب بهبود ایمنی نمی‌گردد و تنها هزینه‌های استخراج را افزایش می‌دهد (Sainsbury and Hebblewhite, 2023). علی‌پنهانی و همکارانش (Alipenhani et al., 2024) با استفاده از شبیه‌سازی عددی دوبعدی در محیط پیوسته نشان داده‌اند که با افزایش عمق استخراج در روش تخریب بلوکی، ضخامت لنگه تاج جهت حفظ ایمنی افزایش می‌یابد. به‌طور مشابه، موهانتو و دب با استفاده از تکنیک آماری K-Cross Validation و تحلیل پارامتری نشان دادند که پارامترهایی چون ضخامت، توالی استخراج و عمق تأثیر بالایی در پایداری لنگه‌ی تاج دارند (Mohanto and Deb, 2024). شی و همکارانش (Shi et al., 2024) تحلیل حساسیتی بر روی مدول بارگذاری و باربرداری انجام دادند و بیان کردند که مدول باربرداری بیشترین تاثیر را بر عدم قطعیت مدل و مدول بارگذاری کمترین تاثیر را بر میزان جابه‌جایی افقی در دیواره معدن دارد. حمیدی و آزاده (Hamidi and Azadeh, 2024) با مدل‌سازی سه‌بعدی لنگه‌ی تاج با استفاده از تکنیک اجزاء محدود و مقایسه نتایج با تکنیک‌های تجربی اشاره

تاج با استفاده از تکنیک تاگوچی طراحی و با استفاده از شبیه سازی عددی سه بعدی مورد بررسی قرار گرفته است.

معرفی پارامترهای موثر و طراحی آزمون تاگوچی

پارامترهای موثر بر ابعاد لنگه ی تاج در گذر از معدنکاری روباز به زیرزمینی را می توان در دو کلاس پارامترهای هندسی و پارامترهای ژئومکانیکی دسته بندی کرد. از پارامترهای ژئومکانیکی می توان به پارامترهای ژئومکانیکی سنگ درون گیر و ماده ی معدنی اشاره کرد، که بر اساس اینکه از چه معیار شکستی استفاده شود، می تواند دامنه ی وسیعی از پارامترها را شامل شود. در پژوهش حاضر از ملاک شکست شناخته شده موهر-کلمب بهره برده شده است. این مدل توانایی بررسی تغییر شکل های پلاستیک خاک و سنگ را داشته و پارامترهای آن به راحتی قابل ارزیابی است. پارامترهای ژئومکانیکی مورد بررسی در این پژوهش شامل زاویه ی اصطکاک داخلی (Φ)، چسبندگی (C)، ضریب پواسون (Nu) و مدول تغییر شکل (E) است که دامنه ی تغییرات آن در جدول ۱ نمایش داده شده است. دامنه تغییرات پارامترهای ذکر شده بر اساس بررسی متون علمی منتشر شده انتخاب شده است. شایان ذکر است که، از تغییرات زاویه ی اتساع صرف نظر و مقدار آن صفر لحاظ شده است. از پارامترهای هندسی موثر بر ابعاد لنگه ی تاج می توان عمق معدنکاری (H)، شیب شیروانی (Beta)، نسبت تنش افقی به قائم و هندسه ی لنگه ی تاج اشاره کرد. در این پژوهش از تاثیر تنش های تکتونیکی صرف نظر شده و مقادیر تنش های برجا با توجه به شتاب ثقل، چگالی سنگ های میزبان و هندسه ی معدن با بهره گیری از شبیه سازی عددی تعیین شده است. از پارامترهای هندسی معدن روباز، عمق و شیب آن به عنوان پارامترهای موثر و از پارامترهای هندسی لنگه ی تاج، ضخامت (T) و عرض لنگه (S) به عنوان پارامتر متغیر لحاظ شده که تغییرات آن در جدول ۱ نمایش داده شده است. میزان بازیابی در معدن زیرزمینی ثابت و برابر با ۶۰ درصد لحاظ شده است. شایان ذکر است که عرض لنگه با توجه به عمق معدن، شیب شیروانی و هندسه ی مدل عددی ارزیابی شده است.

رفتار سنگ های ضعیف را پوشش دهند (Bawden, 2023). سینه ها و تریودی (Sinha and Trivedi, 2024) چندین الگوریتم یادگیری ماشین از جمله Random Forest، SVM و Gradient Boosting را برای پیش بینی احتمال ریزش لنگه ی تاج به کار گرفتند. نتایج نشان دادند که روش های Ensemble دارای بیشترین دقت و قابلیت تعمیم هستند. چراغیان و همکارانش (Cheraghian et al., 2025) یک شبکه ی یادگیری عمیق را برای پیش بینی پایداری لنگه ی تاج توسعه دادند. مدل توسعه داده شده با استفاده از داده های میدانی آموزش داده شد و دقت بالاتری نسبت به روش های کلاسیک در پیش بینی پایداری لنگه ی تاج داشت. حجم بالای مطالعات انجام شده در مورد طراحی لنگه ی تاج، بیانگر اهمیت آن از نقطه نظر ایمنی، فنی و اقتصادی و عدم قطعیت هایی است که در این مورد وجود دارد. این عدم قطعیت و یافتن توازن میان ملاحظات ایمنی و اقتصادی، لزوم انجام مطالعات بیشتر در این زمینه را آشکار می سازد. روش های تحلیلی طراحی لنگه ی تاج اگرچه در مراحل ابتدایی طراحی به دلیل سادگی و سرعت کاربردی هستند، اما قادر به لحاظ کردن رفتار غیرخطی سنگ و شرایط مرزی ناشی از تنش های برجا در سه بعد نیستند. روش های تجربی مبتنی بر بانک اطلاعاتی و داده کاوی نیز وابسته به دامنه ی تغییرات داده های موجود در بانک اطلاعاتی بوده و کاربرد آنها خارج از دامنه ی بانک اطلاعاتی مورد تردید است. به منظور غلبه بر این محدودیت ها، تکنیک های عددی توسعه یافته اند تا امکان مدل سازی دقیق تر شرایط ژئومکانیکی و شناسایی مکانیزم های شکست را فراهم کنند. با وجود پیشرفت های چشمگیر در زمینه طراحی لنگه ی تاج، مرور پیشینه پژوهش نشان می دهد که هنوز یک مطالعه جامع و نظام مند که اثر توأمان پارامترهای هندسی و پارامترهای ژئومکانیکی را بر پایداری لنگه ی تاج بررسی کند، در دسترس نیست. چنین پژوهشی می تواند به ایجاد چارچوبی جامع تر برای طراحی بهینه لنگه ی تاج و کاهش عدم قطعیت های موجود کمک کند. لذا در این پژوهش ضمن شناسایی پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی موثر بر پایداری لنگه ی تاج، آزمون های مورد نیاز جهت بررسی تاثیر پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی بر پایداری لنگه ی

جدول ۱. دامنه‌ی تغییرات پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی استفاده شده در شبیه‌سازی عددی

Table 1. The variation range of geometric and geomechanical parameters applied in numerical simulation

C (MPa)	Phi (Dergree)	E (GPa)	Nu	T (m)	S (m)	H (m)	Beta (Degree)
2-6	35-55	5-9	0.2-0.35	70-90	100-450	135-310	35-45

C: Cohesion, Phi: Internal friction angle, E: Rock mass modulus, Nu: Poisson ratio, T: Crown pillar thickness, S: Crown pillar span, H: Open pit depth, Beta: Open pit slope

ساخت هندسه‌ی مدل و اعمال شرایط مرزی

به منظور شبیه‌سازی عددی از روش تفاضل محدود و نرم افزار 3D FLAC استفاده شده است. نرم‌افزار مذکور جهت تحلیل در محیط پیوسته کاربرد داشته و امکان شبیه‌سازی دسته درزه‌ها در این نرم‌افزار وجود ندارد، هرچند به صورت محدود امکان شبیه‌سازی ناپیوستگی‌هایی همچون گسل با بهره‌گیری از المان Interface وجود دارد. با توجه به هندسه معدن روباز و گارگاه‌های واقع شده در بخش زیرزمینی شرایط کرنش سطحی صادق نبوده و شبیه‌سازی بایستی به صورت سه‌بعدی انجام شود. با توجه به محدودیت‌های سخت افزاری در راستای کاهش درجات آزادی و مدت زمان حل مدل، از تقارن پیت معدن روباز بهره برده و تنها یک چهارم پیت مدل شده است.

در طراحی آزمایش از دو تکنیک فاکتوریل و تاگوچی می‌توان بهره برد. در تکنیک فاکتوریل کلیه‌ی ترکیب‌های میان پارامترهای موثر مورد ارزیابی قرار می‌گیرد، لذا با توجه به دامنه‌ی تغییرات نمایش داده شده برای هر پارامتر در جدول ۱، ۱۴۵۸ ترکیب باید مورد بررسی قرار گیرد، که نیازمند صرف زمان و هزینه‌ی بسیار است. لذا در طراحی آزمایش از تکنیک تاگوچی بهره برده شده است، تا تاثیر هر پارامتر بر ابعاد لنگه‌ی تاج مورد بررسی قرار گیرد. تعداد ترکیب‌های مورد نیاز در این تکنیک ۲۷ ترکیب است که در جدول ۲ به همراه پارامتر لحاظ شده برای هر ترکیب نمایش داده شده است.

شبیه‌سازی عددی

جدول ۲. پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی استفاده شده در هر ترکیب بر اساس شیوه‌ی طراحی آزمایش تاگوچی

Table 2. Geometric and geomechanical parameters used in each combination based on the Taguch experimental design method

No.	C (MPa)	Phi (Dergree)	E (GPa)	Nu	T (m)	H (m)	Beta (Degree)	S (m)
1	2	35	5	0.35	70	135	35	350
2	2	35	7	0.35	80	135	35	222
3	2	35	9	0.35	90	135	35	100
4	4	45	5	0.25	70	225	35	350
5	4	45	7	0.25	80	225	35	222
6	4	45	9	0.25	90	225	35	100
7	6	55	5	0.2	70	310	35	350
8	6	55	7	0.2	80	310	35	222
9	6	55	9	0.2	90	310	35	100
10	2	55	5	0.25	70	135	45	408
11	2	55	7	0.25	80	135	45	318
12	2	55	9	0.25	90	135	45	233
13	4	35	5	0.2	70	225	45	408
14	4	35	7	0.2	80	225	45	318
15	4	35	9	0.2	90	225	45	233
16	6	45	5	0.35	70	310	45	408
17	6	45	7	0.35	80	310	45	318
18	6	45	9	0.35	90	310	45	233
19	2	45	5	0.2	70	135	55	449
20	2	45	7	0.2	80	135	55	386
21	2	45	9	0.2	90	135	55	326
22	4	55	5	0.35	70	225	55	449
23	4	55	7	0.35	80	225	55	386
24	4	55	9	0.35	90	225	55	326

25	6	35	5	0.25	70	310	55	449
26	6	35	7	0.25	80	310	55	386
27	6	35	9	0.25	90	310	55	326

حفاری پیت روباز و شکل‌گیری تنش‌های برجا

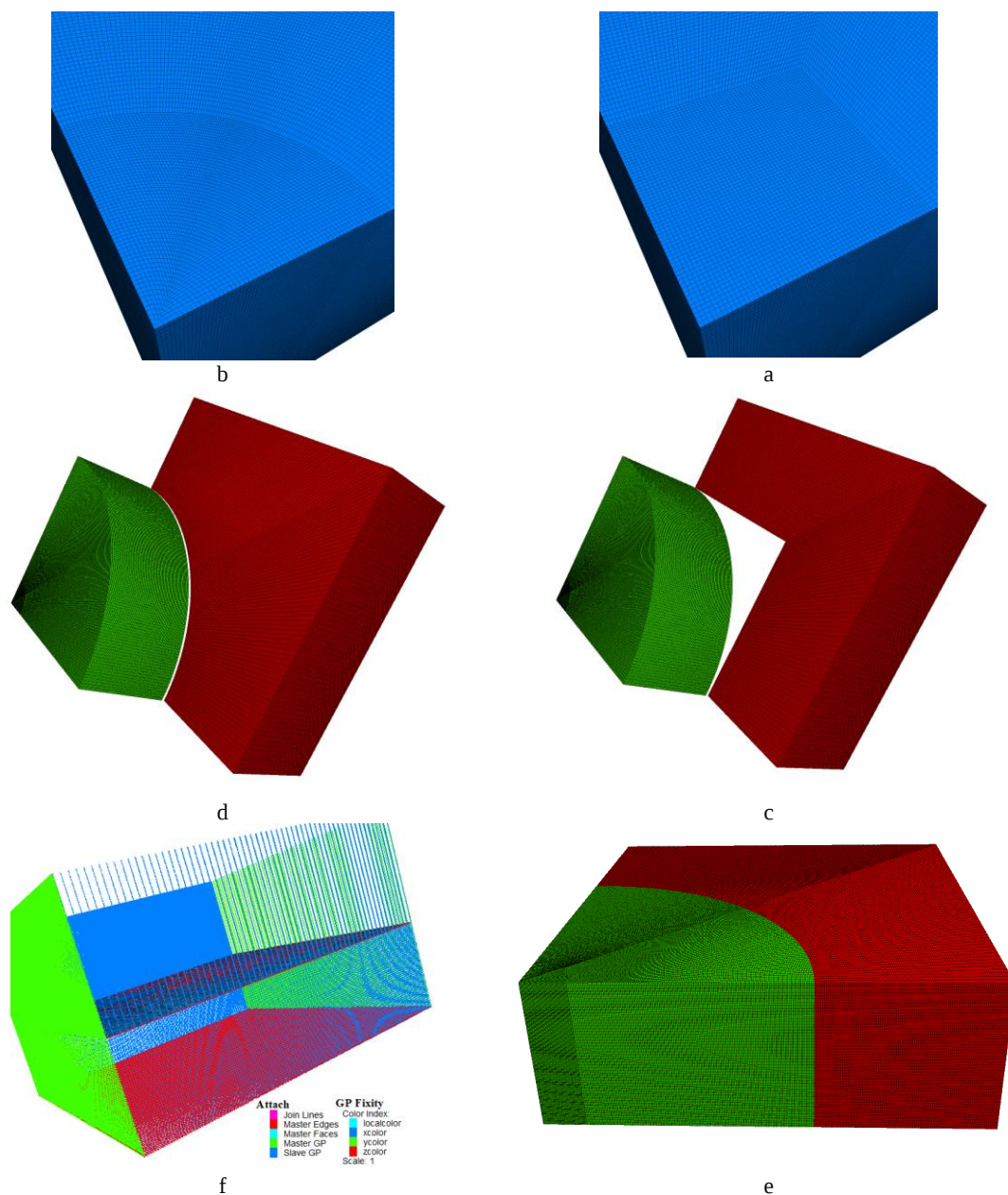
بعد از ایجاد هندسه‌ی مدل و اعمال شرایط مرزی، به منظور شکل‌گیری سریع تنش‌های برجا، مدل الاستیک فرض شده و مدل تا ایجاد تنش‌های برجا با توجه به هندسه‌ی مدل و چگالی مواد حل شده است و بعد از حل مدل کلیه‌ی جابه‌جایی و سرعت‌ها در گره‌های مدل صفر شده است. به عبارت دیگر هندسه‌ی مدل در شرایط سکون و قبل از ایجاد پیت معدن به همراه تنش‌های برجای ناشی از شتاب ثقل در مدل ایجاد شده است. جهت جلوگیری از ایجاد شوک به مدل، بعد از حفاری هر پله مدل حل شده است تا از ایجاد بالآمدگی کاذب در کف پیت ناشی از باربرداری سریع در مدل جلوگیری شود. این روند تا حفاری تمام پله‌های معدن روباز ادامه یافته است و بعد از آخرین پله مدل ساختاری از حالت الاستیک به مدل پلاستیک موهر-کلمب تغییر داده شده است و دوباره مدل حل شده است. بعد از حل مدل، جابه‌جایی و سرعت در تمام گره‌ها صفر شده است. علت صفر کردن جابه‌جایی‌ها سهولت بررسی تاثیر معدنکاری زیرزمینی بر روباز است. تغییرات شیب شیروانی از طریق تغییر در عرض پله در مدل ایجاد می‌شود. شکل مدل بعد از حفاری و تنش‌های القایی شکل گرفته در مدل در شکل ۲ نمایش داده شده است.

بررسی نتایج شبیه‌سازی عددی

تاثیر پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی بر رفتار لنگه‌ی

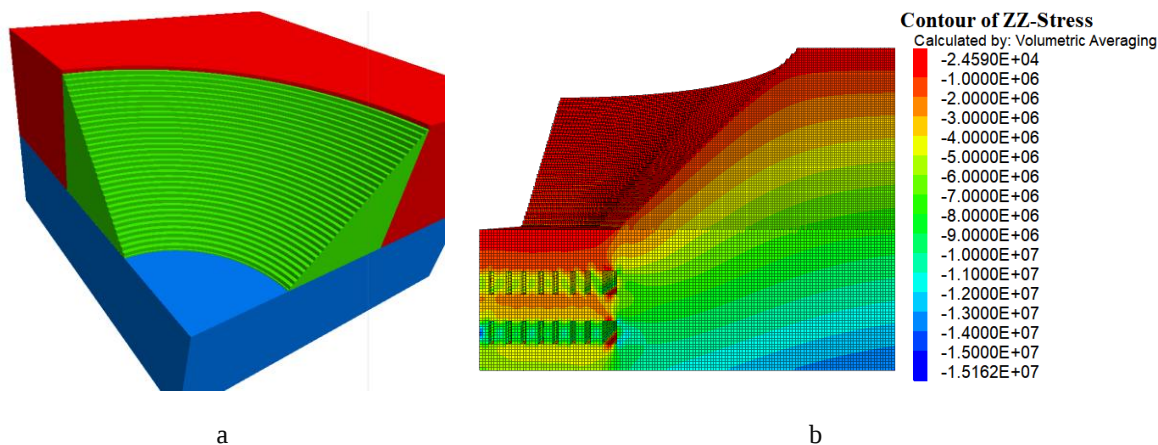
تاج

سایز مش‌ها بر اساس تحلیل حساسیت و بهینه‌سازی زمان حل و دقت مدل انتخاب شده است و ابعاد مدل به گونه‌ای انتخاب شده است که جانمایی مرزها تاثیری بر تاریخچه‌ی جابه‌جایی و تنش نداشته باشد، یا به عبارت دیگر نتایج حاصل از مدل مستقل از ابعاد مدل و جانمایی مرزها باشد. به دلیل ضریب شکل مناسب‌تر ابعاد مش‌ها در دستور Radtunnel از این دستور جهت ایجاد مش اولیه استفاده شده است. منظور از ضریب شکل نسبت طول به عرض مش‌های ایجاد شده است و توصیه شده این نسبت از ۵ فراتر نرود. با توجه به اینکه این دستور مش مستطیل شکل تولید می‌کند و به منظور احداث پیت معدن نیاز است مش‌ها حول یک سیلندر ایجاد شوند با استفاده از تابع Fish توسعه داده شده توسط پژوهشگران، با تغییر مختصات گره‌ها، مش‌ها به فرم سیلندری جانمایی شده است که مراحل تشکیل آن در شکل ۱ نمایش داده شده است. مش‌های مربوط به بخش زیرزمینی با استفاده از دستور Brick ایجاد شده و با استفاده از دستور Attach به مش‌های بخش روباز متصل شده‌اند. علت استفاده از دستور Brick برای ایجاد بخش زیرزمینی سهولت ایجاد فضاهای زیرزمینی به صورت مجموعه‌ای از اتاق و پایه است. ابعاد مربوط به هندسه‌ی پیت روباز $900 \times 900 \times 310$ متر و محدوده‌ی مربوط به معدن زیرزمینی $900 \times 900 \times 240$ متر است که در نهایت ابعاد کل مدل یک مکعب مستطیل به طول و عرض ۹۰۰ متر و ارتفاع ۵۵۰ متر است. مرزهای مدل از نوع مرزهای جابه‌جایی انتخاب شده است. لذا کف مدل در راستای Z، دو وجهی که عمود بر محور X قرار گرفته‌اند در راستای X و دو وجهی که عمود بر محور Y قرار گرفته‌اند در راستای Y ثابت شده‌اند. در شکل ۱ مراحل ساخت هندسه مدل عددی به تفصیل نمایش داده شده است.



شکل ۱. مراحل تشکیل هندسه‌ی مدل، a: استفاده از مش Radtunnel جهت ایجاد هندسه داخلی پیت، b: تبدیل مش مستطیلی به مش سیلندری، c: ایجاد مش بخش بیرونی پیت، d: تبدیل مش در بخش بیرونی پیت به هندسه سیلندری، e: تلفیق مش بیرونی و درونی پیت، f: اضافه کردن بخش زیرزمینی به هندسه‌ی مدل و شرایط مرزی مدل

Fig. 1. The sequence of model geometry generation, a: Internal pit mesh generation using Radtunnel mesh, b: Conversion of rectangular mesh to cylindrical mesh, c: External pit mesh generation, d: Conversion of external pit mesh to cylindrical geometry, e: Integration of external and internal pit meshes, f: Addition of underground mining section to the model geometry and applying boundary condition



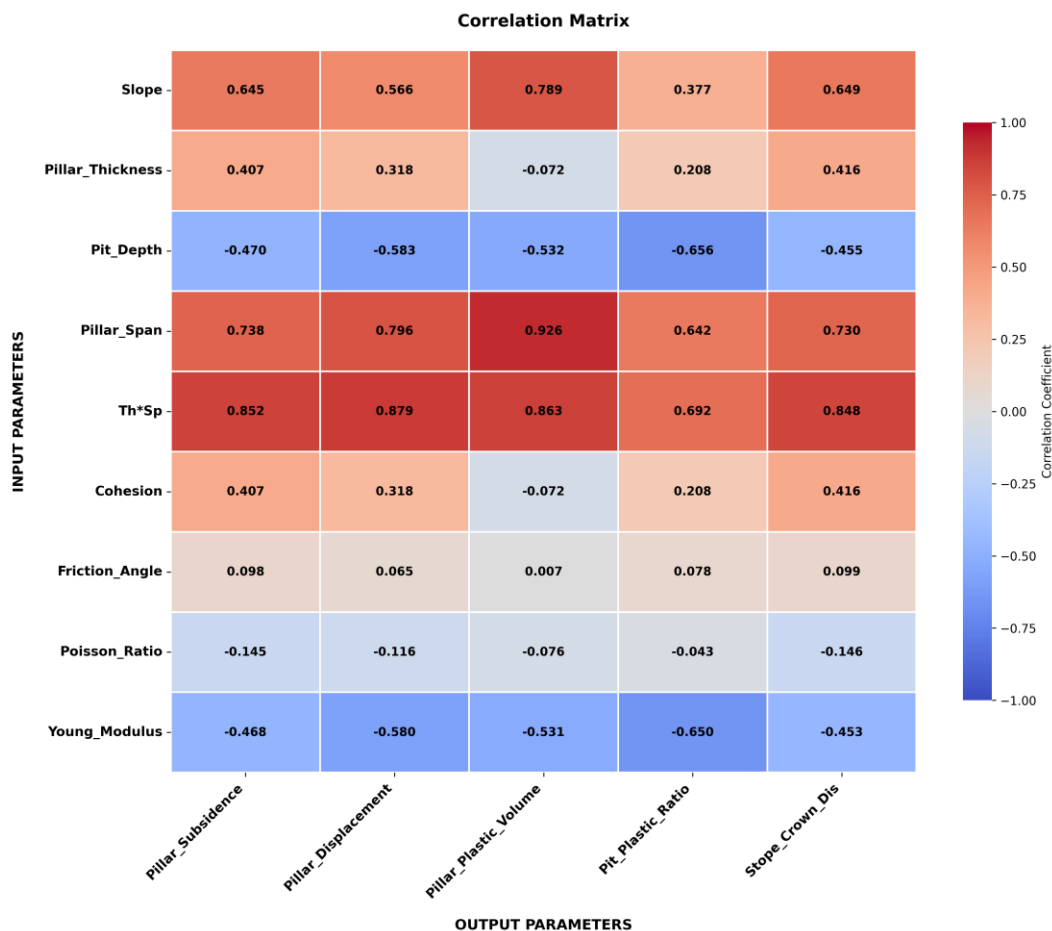
شکل ۲. a: هندسه ی پیت معدن، b: شکل گیری تنش های القایی ناشی از ایجاد پیت معدن و معدنکاری زیرزمینی
Fig. 2. a: Pit geometry, b: Generation of induced stress due to mining and underground extraction

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}} \quad (1)$$

پارامترهایی نظیر عرض دهانه ی لنگه، شیب شیروانی و اندیس Th*Sp با مقادیر خروجی مانند میزان نشست لنگه، حجم زون پلاستیک و جابه جایی تاج کارگاه ضریب همبستگی مثبت و قابل توجهی دارند. به این معنی که افزایش دهانه لنگه، شیب شیروانی و اندیس Th*Sp منجر به افزایش حجم زون های پلاستیک و مقادیر جابه جایی می شود. تاثیر مثبت اندیس Th*Sp بر گسترش زون پلاستیک نماینگر این مطلب است که در این مطالعه عرض دهانه تاثیر بیشتری بر جابه جایی ها و گسترش زون پلاستیک در لنگه ی تاج داشته است که می تواند ناشی از دامنه ی محدودتر تغییرات ضخامت لنگه در مقایسه با عرض دهانه ی لنگه باشد. در مقابل پارامترهایی مانند عمق معدن روباز و مدول تغییر شکل، با پارامترهای هدف مانند، درصد زون پلاستیک و جابه جایی لنگه رابطه ی معکوس دارند. به این معنی که افزایش مدول تغییر شکل منجر به کاهش جابه جایی و درصد زون پلاستیک می شود، که روندی معمول در شبیه سازی عددی است. علت کاهش جابه جایی لنگه با افزایش عمق معدن می تواند ناشی از افزایش سطح تنش های جانبی در لنگه ی تاج باشد. در این شرایط لنگه ی تاج شبیه یک تیر پیش تنیده عمل می کند که جابه جایی کمتری در مقایسه با تیر ساده از خود نشان می دهد. در ارتباط با کاهش حجم زون پلاستیک با افزایش عمق در لنگه ی تاج نیز می توان اشاره کرد که تحت تاثیر

میزان تاثیر پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی بر رفتار لنگه ی تاج با توجه به دو معیار حجم زون های پلاستیک و مقدار جابه جایی های ایجاد شده در لنگه و کارگاه های استخراج مورد بررسی قرار گرفته است. لذا به این منظور ابتدا، ارتباط میان پارامترهای ورودی و خروجی با استفاده از ضریب همبستگی پیرسون که در رابطه ی ۱ نمایش داده شده، مورد تحلیل قرار گرفته است. در این رابطه X پارامتر ورودی، Y پارامتر هدف، n تعداد داده ها و r ضریب همبستگی پیرسون است. نتایج حاصل از ضریب همبستگی پیرسون در شکل ۳ نمایش داده شده است که در آن، پارامترهای ورودی از پایین به بالا شامل مدول یانگ، ضریب پواسون، زاویه اصطکاک داخلی، چسبندگی، حاصل ضرب دهانه ی لنگه در ضخامت آن، دهانه ی لنگه، عمق معدن، ضخامت لنگه و شیب معدن و پارامترهای خروجی از چپ به راست شامل نشست، جابه جایی، حجم زون پلاستیک و درصد زون پلاستیک در لنگه و جابه جایی تاج کارگاه است. درصد زون پلاستیک با توجه به حجم زون پلاستیک و حجم کل ناحیه ی مورد بررسی، محاسبه شده است. ضریب همبستگی پیرسون یک معیار کمی برای بررسی رابطه ی خطی بین دو متغیر است. وجود ضرایب بالاتر از ۰٫۶ بیانگر ارتباط قوی آماری است و نشان می دهد تغییرات پارامتر ورودی اثر معناداری بر پارامتر خروجی دارد. حاصل ضرب دهانه ی لنگه ی تاج در ضخامت آن را شاخص ابعاد لنگه نامیده و در پژوهش حاضر با اندیس Th*Sp نمایش داده شده است.

افزایش تنش جانبی، مقاومت لنگه‌ی تاج افزایش پیدا کرده است. به عبارت دیگر مقاومت فشاری سه‌محوره بیش از مقاومت فشاری تک‌محوره است.



شکل ۳. همبستگی میان پارامترهای ورودی و خروجی بر اساس ضریب همبستگی پیرسون
Fig. 3. The correlation between input and output parameters based on the Pearson correlation factor

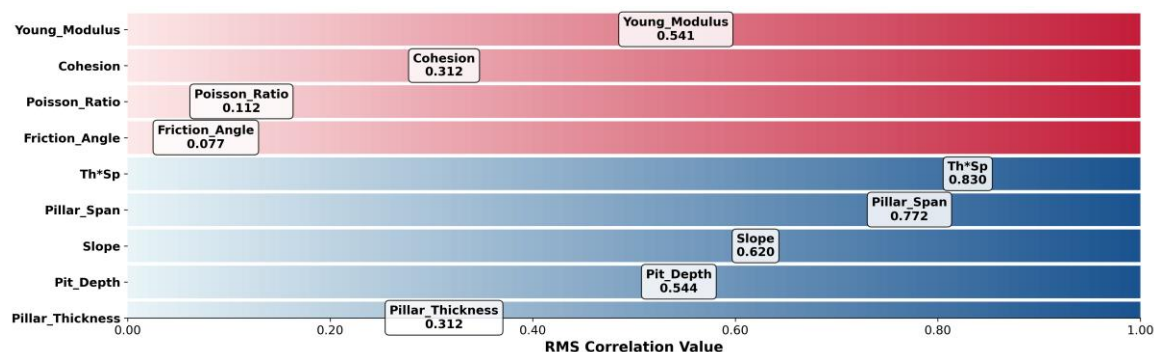
که در آن: $RMSP$ مجذور میانگین مربعات ضریب همبستگی پیرسون، r ضریب همبستگی پیرسون و n تعداد ضرایب همبستگی است.

از پارامترهای ژئومکانیکی مدول یانگ و چسبندگی بیشترین تاثیر و ضریب پواسون و زاویه اصطکاک داخلی کمترین تاثیر را بر پارامترهای خروجی داشته‌اند. مهم‌ترین پارامترهای هندسی تاثیرگذار بر لنگه‌ی تاج، اندیس $Th*Sp$ بوده و دهانه‌ی لنگه‌ی تاج در مرتبه‌ی دوم قرار دارد. میزان اثرگذاری پارامترهای هندسی شیب شیروانی و عمق معدن مشابه مدول یانگ بوده و به طور کلی

با توجه به مجذور میانگین مربعات ضریب همبستگی تاثیر پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی بر پارامترهای خروجی نمایش داده شده در شکل ۳ مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج آن در شکل ۴ نمایش داده شده است. مجذور میانگین مربعات ضریب همبستگی با استفاده از رابطه‌ی ۲ ارزیابی شده است.

$$RMSP = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n r_i^2}{n}} \quad (2)$$

پارامترهای هندسی تاثیر بیشتری بر رفتار لنگه‌ی تاج در مقایسه با پارامترهای ژئومکانیکی (در بازه‌ی تغییرات فرض شده) دارند.

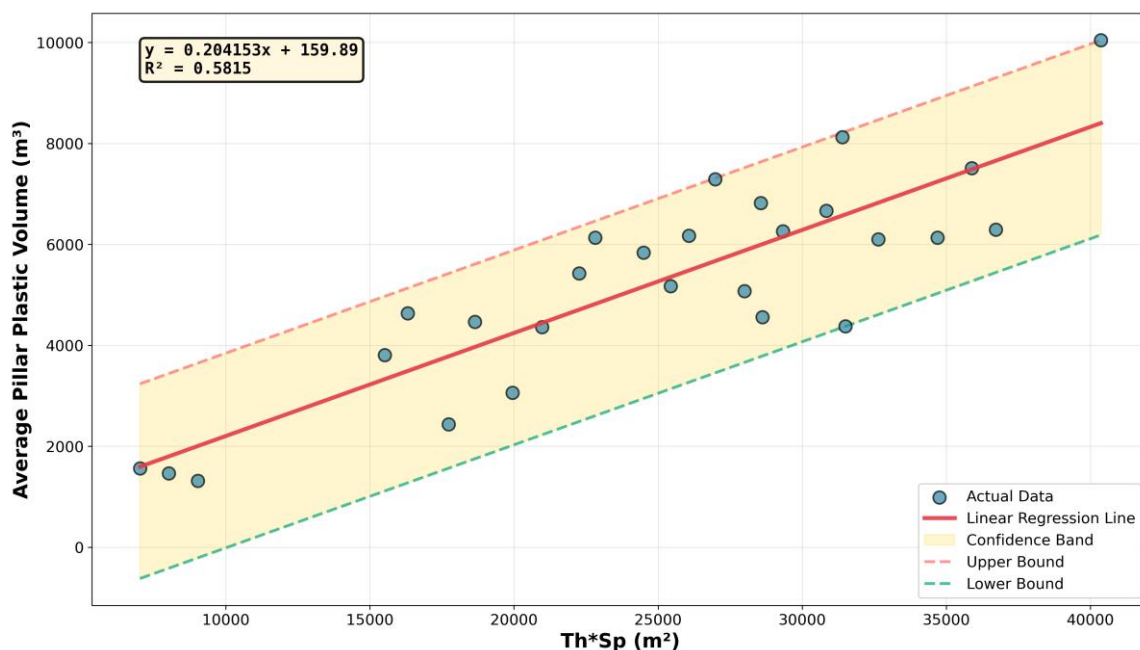


شکل ۴. میزان اثرگذاری پارامترهای ژئومکانیکی و هندسی لنگه‌ی تاج بر پارامترهای هدف بر اساس مجذور میانگین مربعات ضریب همبستگی
Fig. 4. The influence of geomechanical and geometric parameters of the crown pillar on the target parameters based on the root mean square of the correlation value

با توجه به باند نمایش داده شده در شکل ۵، به طور متوسط حجم زون پلاستیک با دقت $\pm 20\%$ توسط رابطه‌ی خطی قابل ارزیابی است. ضخامت باند در بخش زیر نمودار نسبت به بالای نمودار بیشتر است. این موضوع بیانگر این واقعیت است که رابطه‌ی خطی ارائه شده تمایل بیشتری به ارزیابی مقادیر بالاتر برای حجم زون پلاستیک دارد.

میزان جابه‌جایی ایجاد شده در سازه‌های زیرزمینی و روباز به عنوان یک فاکتور اساسی در بررسی پایداری سازه شناخته شده، که دلیل آن سهولت اندازه‌گیری و ماهیت فیزیکی قابل فهم آن است. تغییرات جابه‌جایی لنگه‌ی تاج در مقابل پارامتر $Th*Sp$ در شکل ۶ نمایش داده شده است. ضریب همبستگی بالای رابطه‌ی درجه سوم نمایش داده شده در شکل ۶، امکان ارزیابی نسبتاً دقیق جابه‌جایی لنگه‌ی تاج را با توجه به هندسه‌ی لنگه فراهم می‌کند. جابه‌جایی ارزیابی شده می‌تواند به عنوان معیاری جهت بررسی پایداری لنگه تاج با توجه به جابه‌جایی‌های مجاز ارزیابی شده بر مبنای پارامترهای ژئومکانیکی عمل کند.

در شکل ۵ رابطه‌ی میان شاخص ابعاد لنگه که تحت عنوان اندیس $Th*Sp$ شناخته می‌شود و حجم زون‌های پلاستیک در لنگه نمایش داده شده است. با توجه به دامنه‌ی تغییرات دهانه و ضخامت لنگه‌ی تاج، مقادیر بالای پارامتر $Th*Sp$ نماینده‌ی لنگه‌های طویل نازک و مقادیر پایین آن نماینده‌ی لنگه‌های کوتاه ضخیم است و با افزایش پنج واحدی فاکتور $Th*Sp$ ، مقدار زون پلاستیک یک مترمکعب افزایش خواهد داشت که منجر به افزایش پتانسیل ناپایداری لنگه‌ی تاج خواهد شد. پراکنندگی داده‌های ارائه شده پیرامون خط برازش شده بیانگر تاثیر دیگر پارامترهای موثر بر رفتار لنگه‌ی تاج است. داده‌های که بالای خط برازش شده قرار گرفته‌اند، تحت تاثیر عوامل ژئومکانیکی نامطلوب مانند پایین بودن مقادیر مدول تغییرشکل یا عوامل هندسی نامطلوب مانند شیب بالای شیروانی یا عمیق بودن پیت معدن قرار گرفته و مقادیر بالاتری نسبت به خط برازش شده برای حجم زون‌های پلاستیک نشان می‌دهند. موارد پایین خط برازش شده نماینده‌ی شرایط ژئومکانیکی و هندسی مطلوب است.

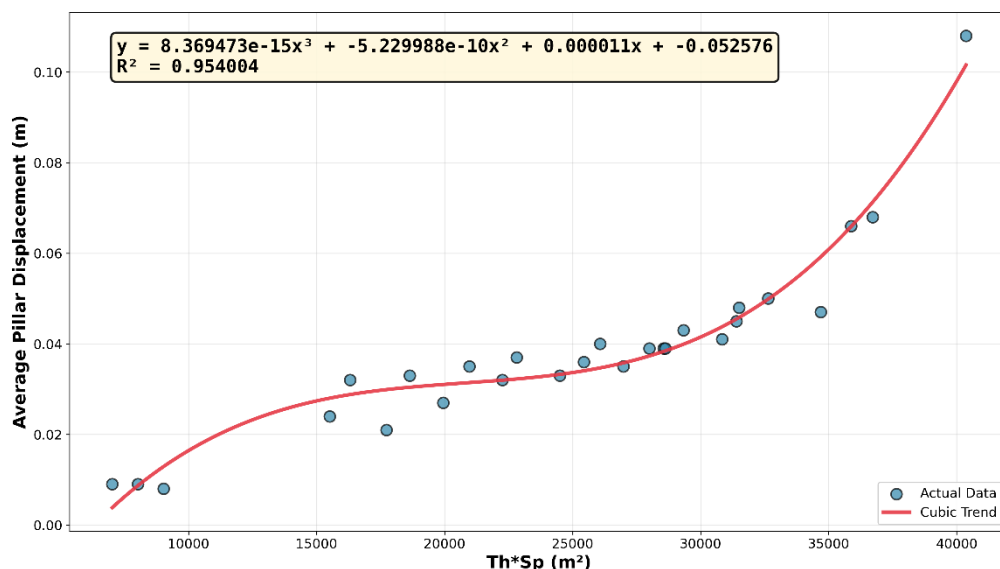


شکل ۵. رابطه میان شاخص ابعاد لنگه و حجم زون‌های پلاستیک لنگه‌ی تاج

Fig. 5. The relation between Th*Sp factor and the volume of plastic zone in crown pillar

رابطه‌ی خطی انتخاب شده است. با توجه به ضریب همبستگی بالای دهانه‌ی لنگه‌ی تاج و حجم زون پلاستیک واضح است که دهانه‌ی لنگه‌ی تاج یکی از پارامترهای اساسی کنترل کننده حجم زون پلاستیک در لنگه‌ی تاج است و رابطه‌ی خطی ارائه شده قادر است با دقت قابل قبول حجم زون پلاستیک در لنگه‌ی تاج را ارزیابی کند. بر اساس رابطه‌ی نمایش داده شده در شکل ۷، به ازای هر متر از دهانه‌ی لنگه‌ی تاج ۱۸ مترمکعب به حجم زون پلاستیک اضافه می‌شود.

شکل ۷ رابطه‌ی میان دهانه‌ی لنگه‌ی تاج و حجم زون پلاستیک در لنگه‌ی تاج را نمایش می‌دهد. اگرچه در مجموع پارامتر Th*Sp با پارامترهای هدف تعیین شده همبستگی بیشتری دارد (شکل ۴)، ولی دهانه‌ی لنگه‌ی تاج ضریب همبستگی بیشتری نسبت به پارامتر Th*Sp با حجم زون پلاستیک در لنگه‌ی تاج دارد. اگرچه استفاده از رابطه‌ی غیرخطی در شکل ۷ منجر به مقادیر بیشتری برای ضریب همبستگی می‌شود ولی جهت امکان مقایسه با پارامتر Th*Sp

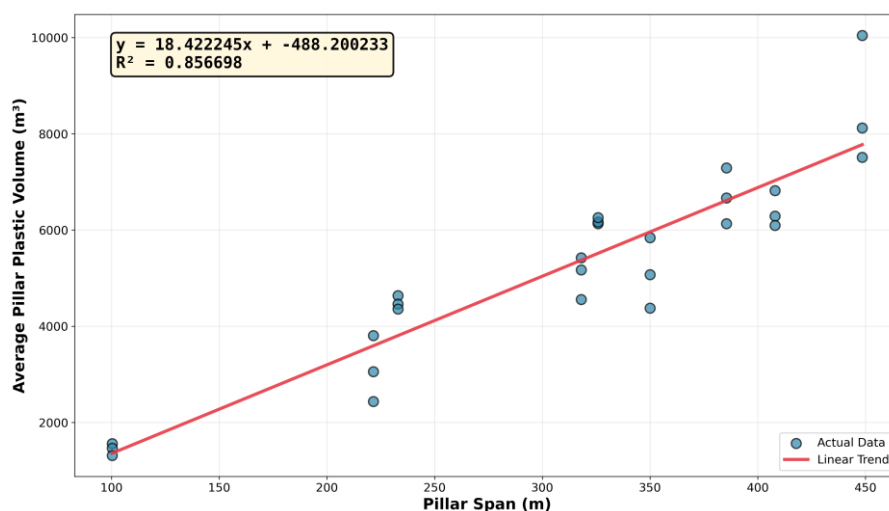


شکل ۶. رابطه میان شاخص ابعاد لنگه و جابه‌جایی لنگه‌ی تاج

Fig. 6. The relation between Th*Sp factor and the displacement of crown pillar

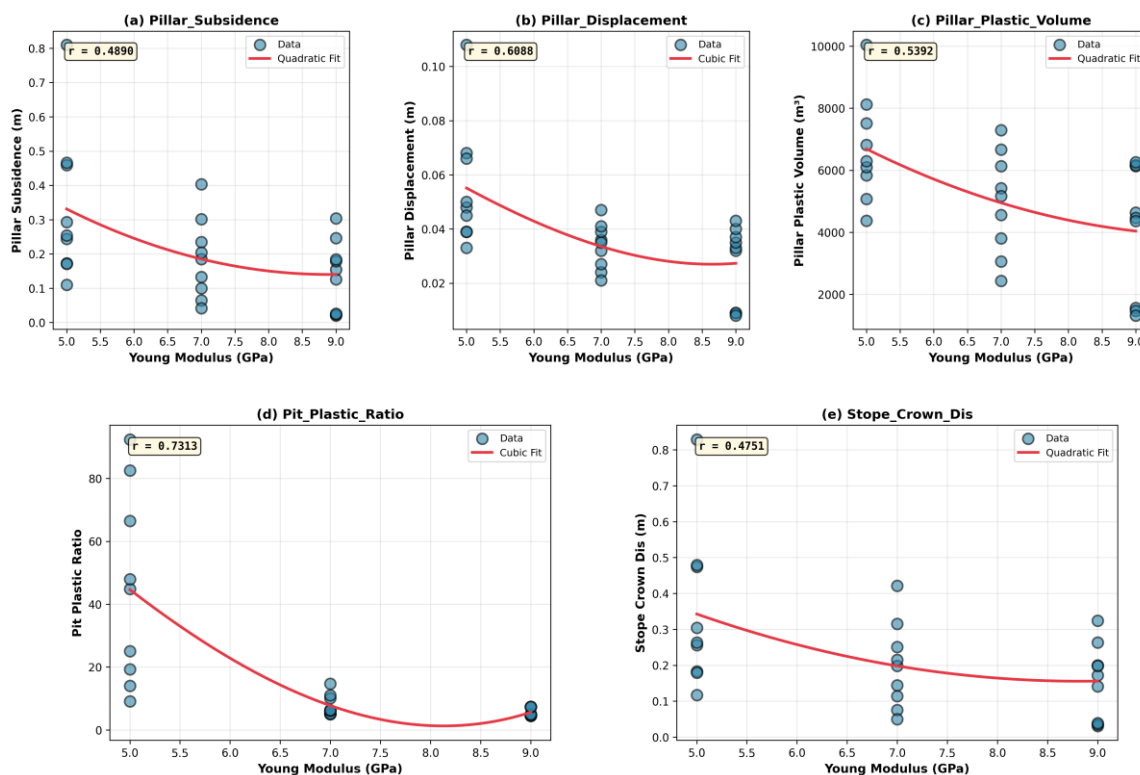
در این پژوهش می‌تواند به عنوان مدول تغییرشکل بحرانی لحاظ شود. مشابه همین روند در میزان جابه‌جایی لنگه‌ی تاج نیز مشهود است که به عنوان دومین پارامتر تأثیرپذیر از مدول تغییرشکل نقش آفرینی می‌کند. میزان نشست لنگه‌ی تاج، حجم زون پلاستیک در لنگه و جابه‌جایی سقف کارگاه استخراج نیز با افزایش مدول تغییرشکل روند نزولی داشته‌اند ولی با توجه به ضریب همبستگی نسبتاً پایین حاصل شده روند مشاهده شده از سطح اطمینان بالایی برخوردار نیست.

با توجه به ضریب همبستگی نمایش داده شده در شکل ۳ از پارامترهای ژئومکانیکی تنها تأثیر مدول تغییرشکل بر پارامترهای هدف بررسی و در شکل‌های ۸ نمایش داده شده است. بیشترین ضریب همبستگی را درصد زون پلاستیک به خود اختصاص داده است که با افزایش مدول تغییرشکل از ۵ تا ۷ گیگاپاسکال منجر به کاهش قابل ملاحظه درصد زون پلاستیک شده است. افزایش مدول از ۷ تا ۹ گیگاپاسکال تأثیری بر افزایش زون پلاستیک نداشته است، لذا مدول تغییرشکل ۷ گیگاپاسکال در دامنه‌ی تغییرات لحاظ شده



شکل ۷. رابطه میان عرض دهانه‌ی لنگه‌ی تاج و حجم زون پلاستیک لنگه

Fig. 7. The relation between crown pillar span and the volume of plastic zone in pillar



شکل ۸: تاثیر مدول تغییرشکل بر پارامترهای خروجی

Fig. 8. The effects of rock mass modulus on the output parameters

مشاهده نشد. در دامنه‌ی پارامترهای ژئومکانیکی لحاظ شده، مدول ۷ گیگاپاسگال به عنوان مدول بحرانی معرفی شد که میزان تاثیرپذیری رفتار لنگه از مدول با کمتر شدن مدول تغییرشکل از مقدار بحرانی به سرعت افزایش پیدا می‌کند. پارامتر شاخص ابعاد لنگه که به صورت حاصل ضرب ضخامت در دهانه‌ی لنگه تعریف شده است با جابه‌جایی لنگه همبستگی بالایی داشته و قادر است با دقت بالایی مقادیر جابه‌جایی لنگه تاج را پیش‌بینی کند. رابطه‌ی خطی پارامتر ذکر شده با حجم زون پلاستیک قادر است با دقت ۲۰ درصد حجم زون پلاستیک را ارزیابی کند و همچنین رابطه‌ی مذکور تمایل دارد مقادیر حجم زون پلاستیک را به صورت محافظه‌کارانه برآورد کند. دهانه‌ی لنگه‌ی تاج به عنوان دومین پارامتر تاثیرگذار بر رفتار لنگه‌ی تاج با بهره‌گیری از رابطه‌ی خطی قادر است با ضریب همبستگی ۰/۸۵ درصد زون پلاستیک را ارزیابی کند.

نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر با استفاده از شبیه‌سازی عددی سه‌بعدی تاثیر پارامترهای هندسی و ژئومکانیکی بر رفتار لنگه‌ی تاج در گذر از معدنکاری روباز به زیرزمینی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج تحلیل نشان داد که پارامترهای هندسی تاثیر بیشتری بر رفتار لنگه‌ی تاج در مقایسه با پارامترهای ژئومکانیکی داشته‌اند. پارامترهای هندسی به ترتیب میزان اثرگذاری بر لنگه‌ی تاج شامل شاخص ابعاد لنگه، عرض دهانه‌ی لنگه، شیب شیروانی معدن، عمق معدن و ضخامت لنگه است. ضخامت لنگه در مقایسه با عرض دهانه‌ی لنگه تاثیر کمتری بر رفتار لنگه‌ی تاج داشته است. از پارامترهای ژئومکانیکی تنها مدول تغییر شکل ارتباط معناداری با جابه‌جایی و حجم زون‌های پلاستیک لنگه داشته و رابطه‌ی معناداری میان دیگر پارامترهای ژئومکانیکی و رفتار لنگه‌ی تاج

References

- Ahmed, M. E., & Rashed, M. A. (2023). Design optimization of crown pillar in transition mines. *International Journal of Mining Science*, 60(1), 89–102.
- Alipenhani, B., Bakhshandeh Amnieh, H., & Majdi, A. (2024). Block caving underground mining technique under an existing open-pit mine: Investigating the effect of undercut depth on crown pillar thickness. *International Journal of Mining & Geo Engineering*, 58(1).
- Bawden, W. F. (2023). Mechanics of crown pillar failures in weak rock masses. *Geomechanics and Geoengineering*, 18(2), 101–113.
- Chen, T., & Mitri, H. S. (2023). Strategies for crown pillar design using numerical modeling and empirical methods. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 56(4), 871–889.
- Cheraghian, A., Ghasemi, E., & Hashemi, H. (2025). Artificial intelligence modeling of crown pillar stability using deep learning. *Geotechnical and Geological Engineering*, 43(2), 345–359.
- Clark, G. B., & Bétournay, M. C. (2006). Crown pillar design in Canadian mines. In *Proceedings of the 5th International Symposium on Ground Support in Mining and Underground Construction*.
- Dindarloo, S. R., & Osanloo, M. (2024). Analytical vs numerical crown pillar design: A comparative study. *Mining Engineering*, 76(2), 77–84.
- Hamidi, A., & Azadeh, M. (2024). Three-dimensional finite element modeling of crown pillar: Comparison with empirical design. *Underground Space*, 9(1), 113–124.
- He, M., & Du, J. (2025). Risk-based crown pillar design under geological uncertainty. *International Journal of Mining Science and Technology*, 35(1), 58–70.
- Jakubec, J., & Bullock, R. (2014). Practical underground mining methodology: Transitioning from open pit to underground mining. *Mining Engineering*, 66(4), 23–30.
- Karimi, M., & Nikkar, A. (2023). Effect of depth and extraction sequence on surface subsidence in transition mining. *Journal of Mining Science*, 59(3), 212–226.
- Khahanipour, M., & Sarbaz, H. (2025). Numerical analysis and investigation of axial force, shear force and horizontal displacement in underground structures (case study: pataveh-Dehdasht tunnel). *Journal of Engineering Geology*, 19 (4), 534-562.
- Liu, W., & Zhang, J. (2023). Application of remote sensing in monitoring crown pillar stability. *Remote Sensing in Earth Sciences*, 10(3), 203–214.
- Masoumipour, R., & Mahdavi, S. (2025). Long-term displacement analysis of the northeastern slope of the Chadormalu open-pit mine. *Journal of Engineering Geology*, 19(1), 84-103.
- Mohanto, S., & Deb, D. (2024). Stability assessment of crown pillar for an underground mine using K-Cross Validation technique. *International Journal of Civil Infrastructure*, 11(2), 135–147.
- Pakalnis, R., & Lunder, P. (1997). Empirical estimation of crown pillar span. *CIM Bulletin*, 90(1006), 89–95.
- Rasouli, V., & Shabanimashcool, M. (2023). Numerical investigation of excavation damage zone around crown pillars. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 15(5), 1050–1063.
- Sainsbury, B., & Hebblewhite, B. (2023). Parametric study of crown pillar thickness using 3D FLAC. *Australian Geomechanics Journal*, 58(4), 65–78.
- Shi, J., Yu, Z., Jiang, W., Zhan, Z., & Xia, P. (2024). Sensitivity analysis and parameter selection of the modified Mohr–Coulomb model in foundation pit excavation in granite residual soil areas. *Discover Applied Sciences*, 6(12), 653.
- Sinha, D., & Trivedi, M. (2024). Predictive modeling of crown pillar collapse using machine learning algorithms. *Computers and Geotechnics*, 165, 105283.
- Verma, C. P., & Soni, A. K. (2024). Stability of Crown Pillar during Transition from Open Pit to Underground Mining. In *Technologies in Mining*. IntechOpen.
- Villaescusa, E., & Potvin, Y. (2005). Empirical design methods for crown pillars. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 42(3), 477–486.
- Xing-dong, L., Li, H., & Wang, F. (2024). Monitoring and analysis of crown pillar failure in deep underground mining. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 172, 105159.
- Zainali, M., Asef, M. R., & Nadri, R. (2024). Engineering Geological Analysis and Modeling of Excavations in the medium depth, Venarch Manganese Mine (Qom). *Journal of Engineering Geology*, 18 (1), 123-142.
- Zhang, X., & Liu, Y. (2024). Variable elastic anisotropy in 3D crown pillar simulations: A case study. *Engineering Geology*, 331, 107482.
- Zhang, Y., & Sun, H. (2023). Crown pillar behavior analysis using finite element modeling. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 121, 104461.
- Zhao, J., Zhang, Q., & Zhou, Y. (2023). Numerical evaluation of failure mechanism in crown pillars using FDEM. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 126, 105837.