



Statistical Analysis of the Possibility of Hail in Northern Zagros

Mohammad Reza Salimi Sobhan ¹ | Zahra Hejazizadeh ² | Fariba Sayadi ³ | Fatemeh Qadri⁴

1. Faculty Member of the Institute of Law Enforcement and Social Studies Tehran, Iran.
E-mail: salimi_geo@yahoo.com
2. Full Professor of Climatology, Department of Climatology, Faculty of Geographical Sciences, Kharazmi University, Tehran, Iran, **E-mail:** hedjazizadeh@yahoo.com
3. Corresponding author, Ph.D., Climatology, Department of Climatology, Faculty of Geographical Sciences, Kharazmi University, Tehran, Iran. **E-mail:** sayadifariba@yahoo.com
4. PhD Climatology University Tabriz, Tabriz, Iran. **E-mail:** Fatemeh_1522@yahoo.com

Article Info	ABSTRACT
<p>Article type: Research Article</p> <p>Article history: Received 2021/03/19 Received in revised 2021/09/23 Accepted 2021/11/01 Published 2021/11/07 Published online 2024/01/21</p> <p>Keywords: Poisson Distribution Negative Bivariate Distribution Hail Northern Zagros.</p>	<p>In examining natural hazards, such as hail, statistical analyzes can play a significant role. Due to the great importance of economic and side losses of hail in the northern part of Zagros with maximum frequency and damage, it is necessary to examine its temporal and spatial occurrence separately. Therefore, in order to evaluate and estimate the probability of occurrence of this phenomenon, data of 10 synoptic stations of the region were used during the statistical period of 2014-1992. In choosing the best method for calculating the distribution of precipitation probabilities, different types of probability distributions of discrete random variables were tested by means of both Kolmogorov and Anderson-Darling tests.</p> <p>The results showed that the good Poisson distribution test had a good fit for hail occurrence at a high level of 90.99%. Baneh station with the maximum frequency of hail precipitation has the lowest probability (0.023%) and Pearnshahr station has the most probable days without hail (0.39%). Therefore, the probability of occurrence of hail in Baneh has a higher percentage. In the ranking model, the negative binomial model satisfies the observations of this type of precipitation very well. The calculation of probabilistic distributions by these two methods showed that the probability of occurrence of hail with the frequency of 1 to 6 times and more in the region and the highest probability is related to the frequency of 3 occurrences of 0.20%. At a frequency of 1 to 6 times, the probability of occurrence of this phenomenon is 5 times more than the probability that it will not occur, which indicates the region's high vulnerability to this type of climate risk.</p>

Cite this article: Salimi Sobhan, Mohammad Reza., Hejazizadeh, Zahra. Sayadi, Fariba, & Qadri, Fatemeh. (2025). Statistical Analysis of the Possibility of Hail in North Zagros. *Journal of Applied Researches in Geographical Sciences*, 75 (24), 1-19. DOI: <http://dx.doi.org/10.61186/jgs.24.75.1>



© The Author(s). Publisher: Kharazmi University.
DOI: <http://dx.doi.org/10.61186/jgs.24.75.1>



Extended Abstract

Introduction

Natural hazards have a profound impact on living organisms and result in significant economic losses. These hazards have been a recurring aspect of human history, and currently, there exist approximately 43 different types of natural hazards, with 90% of them being attributed to climate-related factors. In Iran, a vast majority (90 to 95 percent) of these hazards are weather-related, such as tidal storms and hail storms. Thunderstorms serve as a prime example of nature's immense power, posing a severe threat to the inhabitants of Earth. They are characterized by intense winds and hail, which are caused by the formation of large convective cells in the atmosphere. The northern Zagros range, which is one of Iran's regions prone to hailstorms, has been the subject of extensive research by numerous scholars. Given that this area plays a crucial role as an agricultural hub for the country, it becomes imperative to comprehend and anticipate the likelihood of hail phenomena occurring in this region. By utilizing the findings of this research, it will be possible to develop appropriate strategies for effective planning, thereby mitigating losses and promoting sustainable agriculture.

Material and Methods

In this study, the northern Zagros range encompasses several cities, including Ilam, Hamedan, Kermanshah, Islamabad, Ravansar, Baneh, Saqez, Bijar, Sardasht, and Piranshahr. These cities are considered to be the most significant and influential mountainous regions in the country. Therefore, statistical information from stations with long-standing records is utilized. To investigate the probability distribution of hail phenomena, various types of distributions for discrete random variables (based on the nature of the data) have been tested using SPSS software. In order to determine the best distribution type, the goodness of fit of the distributions and the normality of the data are examined using two methods: 1) Kolmogorov-Smirnov (KS) method and 2) Anderson-Darling method.

Resultss and Discussion

In this study, Baneh Station was selected as the representative station for analyzing hail precipitation. The results from the remaining stations are provided in the appendix. During the survey period (1992-1994), hail occurrences were most likely to happen 3 times per year, followed by 4 and 5 times. Estimations of hail occurrences 6 times or more over the 16-year period were determined using both Poisson and negative binomial distributions with a high degree of confidence. Additionally, the more reliable Kolmogorov-Smirnov and Anderson-Darling tests were employed to rank the distributions that best fit the observations of hail rain at Baneh Station. The Poisson distribution exhibited the highest rank in fitting the hail precipitation data at Baneh Station. This is attributed to the fact that the test statistic for this distribution (1.6951) is lower than the critical value, thereby confirming the appropriateness of this distribution. Consequently, at a significance level of 0.01%, the null hypothesis is not rejected, indicating a good alignment between the observations and the Poisson probability distribution. This statement is made with a confidence level of 99.99%, illustrating the high suitability of this distribution. The negative binomial distribution ranked second in fitting the observations compared to other distributions. In conclusion, the final outcome of the analysis of hail precipitation frequency at Baneh Station is the selection of the Poisson distribution, followed closely by the negative binomial distribution, both with a confidence level approaching 100%, as the best fits for the empirical observations. According to the Anderson-Darling test, the geometric distribution does not match the sample data.



Conclusion

Based on the findings of this study, the objective was to examine the distribution models for the occurrence of hail precipitation. The study specifically focused on Poisson distributions, negative binomials, geometric and binomials, taking into account variations in observation frequency. The estimates revealed that Baneh Station had the highest frequency of hail precipitation in the entire region, with a minimal probability of hail-free days (0.023%). Conversely, Pearnshahr Station had the greatest likelihood of experiencing hail-free days (39.3%). Therefore, the probability of hail occurrence in Baneh was higher. At this station, the most probable occurrence of hail was associated with 3 days (20%), while the lowest probability (0.021%) was associated with zero days without hail precipitation. Furthermore, the results obtained from applying two distributions demonstrated that the likelihood of hail rainfall occurrence was 0.1%, and the highest probability was observed for a frequency of 2 to 4 times over the course of the 22-year study period. Compared to the probability of a frequency of zero (non-occurrence) at 0.023%, the average likelihood of occurrence was nine times higher. This underscores the high incidence of hail in the region, which should be taken into consideration in natural hazard planning and management.

Keywords: Poisson Distribution, Negative Bivariate Distribution, Hail, Northern Zagros.

واکوی آماری احتمال وقوع بارش تگرگ در زاگرس شمالی

محمد رضا سلیمی سبحان^۱، زهرا حجازی زاده^۲، فریبا صیادی^۳، فاطمه قادری^۴

۱. عضو هیئت علمی پژوهشگاه علوم انتظامی و مطالعات اجتماعی، پژوهشگاه علوم انتظامی و مطالعات اجتماعی، تهران، ایران.

رایانامه: salimi_geo@yahoo.com

۲. استاد آب و هواشناسی، گروه جغرافیای طبیعی، دانشکده علوم جغرافیایی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

رایانامه: hedjazizadeh@yahoo.com

۳. نویسنده مسئول، دکتری آب و هوا شناسی، گروه جغرافیای طبیعی، دانشکده علوم جغرافیایی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

رایانامه: sayadifariba@yahoo.com

۴. دکتری آب و هواشناسی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران. رایانامه: Fatemeh_1522@yahoo.com

اطلاعات مقاله	چکیده
نوع مقاله: مقاله پژوهشی	در بررسی مخاطرات طبیعی مانند تگرگ تحلیل‌های آماری می‌تواند نقش بسزایی داشته باشند. به دلیل اهمیت فراوان زیان‌های اقتصادی و جانبی تگرگ در محدوده شمال زاگرس با حداکثر فراوانی و خسارت آن، ضرورت بررسی زمانی و مکانی آن به شکل جداگانه بسیار احساس می‌شود. بنابراین به منظور ارزیابی و برآورد احتمال وقوع این پدیده از کد پدیده‌های هواشناسی روزانه تگرگ ۱۰ ایستگاه همدید منطقه در دوره آماری ۲۰۱۴-۱۹۹۲ استفاده شده است. در انتخاب بهترین روش برای محاسبه توزیع احتمالات بارش، انواع مختلف توزیع‌های احتمالات متغیرهای تصادفی گسسته از طریق دو آزمون کلموگراف اسمیرنوف و اندرسون-دارلینگ مورد آزمون نیکویی برازش قرار گرفت. نتایج نشان داد که آزمون نیکویی توزیع پواسون در سطح اطمینان بالای ۹۹/۹۰ درصد برازش مناسبی از رخداد تگرگ داشته است. ایستگاه بانه با حداکثر فراوانی بارش تگرگ دارای کمترین احتمال (۰/۲۳ درصد) و ایستگاه پیرانشهر دارای بیشترین احتمال روزهای بدون تگرگ (۰/۳۹ درصد) است؛ بنابراین احتمال وقوع تگرگ در بانه از درصد بالاتری برخوردار می‌باشد. در رتبه بعدی مدل دو جمله‌ای منفی، مشاهدات این نوع بارش را به خوبی برازش می‌دهد. محاسبه توزیع‌های احتمالاتی با این دو روش نشان داد که احتمال وقوع تگرگ با فراوانی ۱ تا ۶ بار و بیش‌تر در منطقه وجود دارد و بالاترین میزان احتمال مربوط به فراوانی ۳ بار وقوع به میزان ۰/۲۰ درصد می‌باشد. در فراوانی ۱ تا ۶ بار احتمال وقوع این پدیده به طور متوسط ۵ برابر بیش‌تر از احتمال عدم وقوع آن می‌باشد که این امر، نشان‌دهنده آسیب‌پذیری زیاد منطقه نسبت به این نوع مخاطره اقلیمی می‌باشد.
تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۲/۲۹	
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۷/۰۱	
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۸/۱۰	
تاریخ انتشار: ۱۴۰۰/۰۸/۱۶	
تاریخ انتشار آنلاین: ۱۴۰۲/۱۱/۰۱	
کلیدواژه‌ها: توزیع پواسون، توزیع دو جمله‌ای منفی، تگرگ، زاگرس شمالی.	

استناد: سلیمی سبحان، محمد رضا؛ حجازی زاده، زهرا بیگم؛ صیادی، فریبا و قادری، فاطمه (۱۴۰۳). واکوی آماری احتمال وقوع بارش تگرگ در زاگرس شمالی. نشریه تحقیقات کاربردی علوم جغرافیایی، ۷۵ (۲۴)، ۱۹-۱.

<http://dx.doi.org/10.61186/jgs.24.75.1>



© نویسندگان.

ناشر: دانشگاه خوارزمی تهران.

مقدمه

مخاطرات طبیعی تأثیرات ناگهانی و بسیار مخرب برای موجودات زنده به وجود می‌آورند و باعث ایجاد خسارت‌های جانی و مالی زیادی می‌شوند. این مخاطرات همواره بخشی از تاریخ حیات انسان بوده است. تاکنون حدود ۴۳ نوع مخاطره‌ی طبیعی با ۹۰ درصد منشأ اقلیمی شناخته شده است. در کشور ایران نیز ۹۰ تا ۹۵ درصد از این مخاطرات منشأ آب‌وهوایی دارند که از این تعداد می‌توان به توفان‌های تندری و توفان‌های تگرگ اشاره داشت (شایان و دارند، ۱۳۸۷). مشخصاً بروز و تشدید پدیده‌های فرین نتیجه تغییراتی غیرقابل‌اغماض در اقلیم است؛ که این برهم خوردن تعادل سیستماتیک سامانه اقلیم باعث بروز آشفته‌گی‌ها و ناهنجاری‌های رفتاری شده است که بیش‌ترین آثار آن بر محیط‌های طبیعی و به‌خصوص گیاهان که دارای قدرت و سرعت کم سازگاری هستند، می‌باشد (اسماعیلی و همکاران، ۱۳۹۰). توفان‌های تندری یکی از جلوه‌های خشن طبیعت است که می‌تواند برای ساکنین روی زمین خطرناک باشد که خصوصیات بارز آن به مانند باد شدید، تگرگ تماماً حاصل ایجاد یک سلول همرفتی بزرگ در جو است (علیزاده و همکاران، ۱۳۷۹). در توفان‌های تگرگ نیز که بخشی از توفان‌های تندری می‌باشند، ابر به‌اندازه کافی بالای سطح یخبندان رشد کرده و می‌تواند ذرات یخ را تولید کند. همرفت و حرکات بالارونده در این توفان‌ها به‌قدری قوی است که می‌تواند این ذرات را با خود حمل کرده و نگهدارد تا این‌که به‌اندازه یک‌دانه تگرگ رشد کرده و سرانجام سقوط کنند. بارش تگرگ گاهی اوقات کاملاً غیرعادی بوده و در مواردی خسارات جدی را نیز به همراه دارد. زیان‌های ناشی از تگرگ از زیان‌های ناشی از گردبادها و توفان‌ها نیز بیشتر است (سیف، ۱۳۷۵). تحلیل‌های آماری در توصیف مخاطرات طبیعی مثل پدیده تگرگ نقش مهمی داشته و با شناسایی شرایط وقوع یک پدیده می‌توان شرایط ویژه آب‌وهوایی در هنگام وقوع پدیده را بررسی نمود. زمان دقیق وقایع فرین نظیر دبی‌های حداکثر لحظه‌ای، باران‌های سیل‌آسا و تگرگ را نمی‌توان پیش‌بینی کرد؛ اما با بررسی و تجزیه‌وتحلیل وقایع قبلی می‌توان احتمال وقوع آن‌ها را به دست آورد (جدیدی و همکاران، ۱۳۹۰). برآورد و تعیین زمان وقوع پدیده تگرگ، یکی از کارهای مهم در مدیریت مخاطرات محسوب می‌شود. چرا که اثرات مخرب زیادی بر بخش‌های مختلف خصوصاً بخش کشاورزی بر جای می‌گذارد. ساکاموتا (۱۹۷۳)، در توصیف توفان‌های تندری و پدیده تگرگ، برای میانگین روز رعدوبرق ماهانه (ماه می تا اکتبر)، روز رعدوبرق سالانه در سراسر و برای روز تگرگ سالانه در شمال شرق و شرق مرکزی نوادا مدل دو جمله‌ای منفی را مناسب دانسته است. درحالی‌که برای روز رعدوبرق ماهانه‌ی ماه نوامبر تا آوریل و هم‌چنین برای روز تگرگ سالانه در جنوب و غرب آن توزیع پواسون ترجیح داده شده است. چنگ و انگلیش (۱۹۸۳)، به‌منظور بررسی رابطه بین غلظت و اندازه دانه تگرگ از ۴۱ نمونه تگرگ هفت توفان تابستان سال ۱۹۸۰ در آلبرتا، از رگرسیون خطی کمترین مربعات خطا استفاده نموده و به این نتیجه رسیده‌اند که بین هر دو پارامتر ذکر شده با ضریب همبستگی -0.9 رابطه معنی‌داری وجود دارد. هی و وایلن (۱۹۸۷) احتمال فراوانی وقوع توفان‌های تندری و تگرگ روزانه را با استفاده از توزیع پواسون در جنوب ساسکاچوان کانادا بررسی کرده و به‌عنوان نتیجه مدل سه پارامتری را طراحی کرده که دارای تکنیکی انعطاف‌پذیر برای پیش‌بینی صحیح احتمال وقوع رویدادها در هر دوره زمانی بدون نیاز به تحلیل مجدد داده‌های اصلی می‌باشد. چانگنون (۱۹۹۵)، با ارزیابی فراوانی‌های تگرگ بیش از ۹۴ سال گذشته و تحلیل همبستگی در سراسر الینویز، نشان داده است که تغییرپذیری بالا از تگرگ در مکان و زمان در سراسر ایالت وجود داشته است. بیلت و همکاران (۱۹۹۷)، با استفاده از معادلات رگرسیون چندگانه و لجستیک از سال ۱۹۹۲ تا سال ۱۹۹۴ در بالتیمور، مریلند و واشنگتن به بررسی پیش‌بینی اندازه تگرگ بر اساس پارامترهای آب قابل بارش، درجه حرارت ۸۵۰ هکتو پاسکال، سطح انجماد و متوسط جریان توفان در ارتفاع ۲ کیلومتری پرداخته‌اند. نتایج معادله رگرسیونی لجستیک در پیش‌بینی احتمال وقوع تگرگ با اندازه بزرگ‌تر یا مساوی $1/9$ سانتیمتر به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای بهتر نمایان شده است. سانچز و همکاران (۱۹۹۸)، پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت خطر تگرگ را با استفاده از یک مدل رگرسیون لجستیک چندگانه بررسی نموده و به این نتیجه رسیده‌اند که کاربرد آن در برآورد خطر وجود یا عدم وجود تگرگ، رضایت‌بخش بوده و تعداد خطا نیز کم است. پوکاکال و استالک (۲۰۰۳)، با تجزیه‌وتحلیل آماری پدیده تگرگ در قسمت غربی کرواسی، اشاره داشته‌اند که تجزیه‌وتحلیل تفکیک دو دوره شامل مقادیر متوسط انحراف از استاندارد برای دوره اول (۱۹۸۱-۱۹۹۰) 0.39 و برای دوره دوم (۱۹۹۴-۱۹۹۱) 0.23 بوده. تفکیک ارزش سالانه انجام شده که شامل تعدادی از

موارد همراه با بارش جامد، آسیب تگرگ، آسیب تگرگ سنگین، تعداد ایستگاه‌های تگرگ زدایی فعال، تعداد روز با بارش جامد، آسیب بارش جامد، خسارت سنگین بارش جامد و تعداد و مدت‌زمان ممنوعیت کنترل ترافیک هوایی نیز نشان داد که تفاوت معنی‌داری بین دو دوره از لحاظ این پارامترها وجود دارد. شوستر (۲۰۰۵)، طی دوره آماری ۲۹ ساله (۲۰۰۳-۱۹۷۵) به بررسی کلیماتولوژی بارش تگرگ در سیدنی پرداخته است. وی در این تحقیق فراوانی رخداد توفان‌های تندری که منجر به بارش تگرگ شده‌اند را استخراج کرده و روندهای آن را در طول دوره‌های مختلف مورد مطالعه قرار داده است. جیاوتی (۲۰۰۶)، به بررسی تأثیر مقدار بخار آب محیط بر اندازه دانه تگرگ پرداخته است. به همین منظور وی از داده‌های بارش تگرگ از سال ۱۹۸۸ تا ۱۹۹۹ استفاده کرده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد اختلاف در متوسط نسبت مخلوط تأییراتی را بر اندازه دانه‌های تگرگ دارد که نسبی هستند. دلدن و گرومنجر (۲۰۰۷)، به بررسی تگرگ‌ها و تورنادوهای بزرگ در کشور هلند با استفاده از داده‌های رادیو سوند پرداخته‌اند و به این نتیجه رسیده‌اند که با استفاده از داده‌های مذکور امکان پیش‌بینی این پدیده‌ها وجود دارد. در طی سال‌های اخیر کوشش‌های زیادی برای بررسی ویژگی پدیده تگرگ از طریق رادار صورت گرفته است که از جمله می‌توان به کار آمبروسیو و همکاران (۲۰۰۷)، در کشور اسپانیا اشاره نمود. آن‌ها با استفاده از داده‌های مشاهداتی سال ۲۰۰۳ توانستند داده‌های حاصل از رادار را کالیبره نموده و از آن برای پیش‌بینی رخداد تگرگ استفاده نمایند. کار مشابهی توسط آرن و همکاران (۲۰۰۷)، در شبه‌جزیره ایبری انجام گرفته که با استفاده از داده‌های کالیبره شده رادیوسوند موفق به پیش‌بینی رخداد تگرگ شده‌اند. علاوه بر مطالعات صورت گرفته برای ارائه‌ی یک مدل پیش‌بینی تگرگ، مطالعاتی نیز در جهت بررسی و تحلیل میزان خسارت تگرگ بر محیط‌های کشاورزی و مسکونی صورت گرفته است که از جمله آن‌ها می‌توان به کار چانگنون (۲۰۰۹) در کشور آمریکا اشاره نمود. وی توانسته با بررسی خود میزان خسارت رخداد تگرگ ۱۳ و ۱۴ آوریل آمریکا را ۱/۸۲۲ میلیارد دلار برآورد نماید.

به‌طور کلی مطالعات انجام شده در رابطه بین شرایط همدیدی و عناصر آب‌وهوایی، به بررسی اثرات آن بر آب‌وهوای محلی و یا منطقه‌ای، متمرکز گردیده‌اند. آران و همکاران (۲۰۱۰) در مطالعه‌ای دیگر میکوس و همکاران (۲۰۱۱) بیان می‌دارند که: فعالیت‌های همرفتی و سابقه همدیدی آن در کرواسی فعالیت همرفتی در اوایل بعدازظهر شروع و در پایان غروب به اتمام می‌رسد. دوره فراوانی بیشتر همرفت شبانه در ساحل آدریاتیک به وقوع می‌پیوندد. هرچند که توجه به این نکته ضروری می‌باشد که برای وقوع رخداد تگرگ در فصل گرم علاوه بر فراهم بودن شرایط همرفتی فراهم بودن سایر شرایط در سطوح بالای جو به‌ویژه ناپایداری سطح ۱۳۳ از اهمیت و ضرورت زیادی برخوردار بود و در رخداد‌های که در فصل گذار گرم به سرد رخ می‌دهند؛ نقش پدیده همرفت کم‌رنگ شده و وجود کم‌فشار جبهه‌ای همراه با سایر شرایط، ناپایداری لازم برای تشکیل دانه‌های تگرگ و ریزش آن را فراهم کرده است. بر پایه پژوهش‌های پینتو و همکاران، ۲۰۱۳ توفان‌های تندری ساوثپائولو و کامپیانس افزایش چشم‌گیری داشته، ریودوژانیرو فاقد روند افزایشی بوده و به‌طور کلی افزایش فعالیت توفان‌های تندری در این مناطق با رخ داد النینو و لایننا در ارتباط است. میرموسوی و اکبرزاده (۱۳۸۸)، در تحقیقی به بررسی احتمالات رخداد روزهای تگرگ با روش‌های توزیع پواسن و دو جمله‌ای منفی در استان آذربایجان شرقی پرداخته‌اند بر این اساس بیشترین فراوانی بارش تگرگ در محدوده جنوب غربی استان (شهرستان مراغه) و کم‌ترین فراوانی آن در شمال غرب استان (شهرستان جلفا) گزارش شده است. میرموسوی و کیانی (۱۳۹۰)، طی دوره آماری ۲۱ ساله (۲۰۰۷-۱۹۸۷) با استفاده از داده‌های مربوط به روزهای همراه با تگرگ در ۵ ایستگاه سینوپتیک استان کرمانشاه و روش توزیع احتمالاتی پواسن به بررسی توزیع زمانی- مکانی بارش تگرگ پرداخته‌اند و چنین نتایجی را حاصل نموده‌اند که بارش تگرگ در ماه آوریل تا اواخر ماه سپتامبر، نزدیک به ۴۴ درصد از بارش کل این دوره را به خود اختصاص داده است. خوش‌اخلاق و همکاران (۱۳۹۱) در مقاله واکاوی همدید بارش تگرگ فراگیر در شمال غرب ایران، بیشترین فراوانی ریزش تگرگ را طی ساعات ۹ تا ۱۸ رخ داده است و دلیل این مسئله را در افزایش انرژی تابشی رسیده به جو و نهایتاً ویژگی‌های سطح زمین در این ساعات دانسته که سبب افزایش ناپایداری‌های جوی گردیده و شرایط مناسبی را جهت بارش تگرگ فراهم ساخته است. میرموسوی و همکاران (۱۳۹۳)، به‌منظور ارزیابی و تحلیل بارش برف بهاره شهرستان خدابنده، از داده‌های این پدیده در سه ماه فصل بهار (۲۱ مارس تا ۲۱ می) به‌صورت روزانه و ماهانه در دوره آماری ۲۰۰۹-۱۹۹۶ استفاده نموده‌اند. نتایج این تحقیق از طریق دو آزمون کلموگراف-

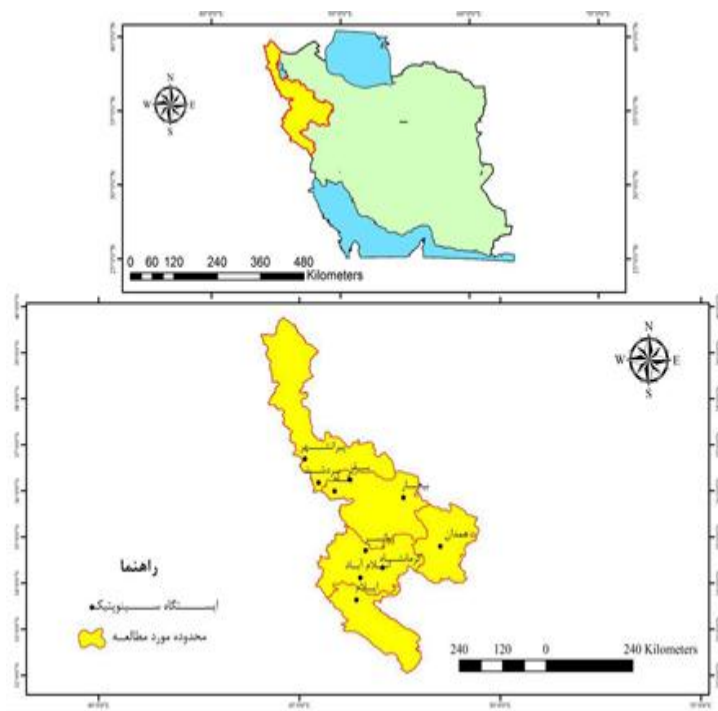
اسمیرنوف و اندرسون- دارلینگ نشان داد که در سطح اطمینان ۹۵ درصد توزیع‌های دو جمله‌ای منفی و توزیع پواسون، برازش مناسبی را با داده‌های برف بهاره در این ایستگاه دارند و نیز محاسبه توزیع‌های احتمالاتی با این دو روش نشان داد که احتمال وقوع برف با فراوانی ۱ تا ۶ بار در طول فصل بهار وجود دارد و بالاترین میزان احتمال مربوط به فراوانی یک‌بار وقوع در بهار می‌باشد که بر اساس توزیع دو جمله‌ای منفی میزان آن ۰/۲۷۵ درصد می‌باشد. ایرانپور و باقری (۱۳۹۵) به تحلیل آماری همیدیدی بارش تگرگ در استان همدان پرداختند. نتایج حاصل از پژوهش نشان داد که ایستگاه همیدید ملایر بیش‌ترین فراوانی وقوع بارش تگرگ را به خود اختصاص و بیشینه وقوع این پدیده نیز در ماه‌های آوریل و مارس، در ساعت‌های ۱۹ و ۰۳ گرینویچ و بیشینه فراوانی آن در بعدازظهر و اوایل شب رخ داده است. خورشید دوست و همکاران (۱۳۹۶) به بررسی ساختار منطقه‌ای جو در زمان رخداد توفان تندری همراه با تگرگ از ۱۶ تا ۱۸ جولای ۲۰۱۶ (مورد مطالعه: شمال غرب ایران) پرداختند. همچنین برای بررسی ناپایداری در سطوح مختلف جو از شاخص‌های صعود، موجودی انرژی پتانسیل فرارفتی، آب‌وهوای توفانی استفاده شد. بررسی‌ها نشان داد که صعود سریع بسته‌هوا در منطقه با انرژی پتانسیل همرفتی در دسترس بالایی همراه بوده و سبب شده تا در این سه روز هوای صعودکننده تا لایه‌های فوقانی جو پیشروی کرده و جوی مغشوش را برای منطقه به وجود آورده است.

آنچه از تحقیقات انجام شده برمی‌آید، اهمیت و ضرورت شناخت پدیده تگرگ به دلیل پتانسیل بالای آسیب‌رسانی آن به زندگی انسانی بوده و نتیجه این بررسی‌ها نشان‌دهنده اهمیت و تأثیرگذاری شرایط اتمسفری جو بالا و نیز ویژگی‌های محلی مناطق تگرگ‌زا می‌باشد. از آنجایی که محدوده زاگرس شمالی یکی از مکان‌های تگرگ خیز ایران است، همواره مورد توجه محققین بسیاری بوده است و با توجه به این نکته که این منطقه جزء یکی از قطب‌های مهم کشاورزی کشور محسوب می‌شود، انجام تحقیقی دقیق به منظور شناخت و آگاهی از احتمال وقوع پدیده تگرگ منطقه، امری بس ضروری و لازم به شمار می‌آید. تا با بهره‌گیری از نتایج به‌دست‌آمده از این تحقیق زمینه مناسب جهت برنامه‌ریزی‌های دقیق برای کاهش خسارات ناشی از آن و نهایتاً رسیدن به کشاورزی پایدار فراهم گردد.

روش‌شناسی

موقعیت منطقه مورد مطالعه

زاگرس شمالی محدوده‌ای بین عرض‌های جغرافیایی ۳۵ درجه و ۲۵ دقیقه عرض شمالی تا ۳۹ درجه و ۳۰ دقیقه عرض شمالی و طول جغرافیایی ۴۴ درجه و ۵۴ دقیقه شرقی تا ۴۶ درجه و ۵۰ دقیقه شرقی را در بر گرفته است. در این پژوهش محدوده‌ی زاگرس شمالی شامل شهرستان‌های ایلام، همدان، کرمانشاه، اسلام‌آباد، روانسر، بانه، سقز، بیجار، سردشت و پیرانشهر می‌شود که از مهم‌ترین و تأثیرگذارترین مناطق کوهستانی کشور محسوب می‌شوند؛ بنابراین از اطلاعات آماری ایستگاه‌های همیدید که دارای آمار بلندمدتی هستند استفاده شده است شکل (۱).



شکل (۱). موقعیت و پراکندگی ایستگاه‌های مورد مطالعه در محدوده زاگرس شمالی

آمار مربوط به بارش تگرگ در ۱۰ ایستگاه هواشناسی سینوپتیک محدوده زاگرس شمالی شکل (۱)، با فاصله زمانی ۳ ساعته در طی دوره آماری (۲۰۱۴-۱۹۹۲)، از سازمان هواشناسی کشور تهیه شد. از بین ۱۰۰ کد، کدهای شماره (۲۷، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۳، ۹۴، ۹۶ و ۹۹) انتخاب شده که انواع مختلف بارش تگرگ با شدت‌های متفاوت را در بر دارد. هرگونه ظهور این پدیده را در ساعت دیده‌بانی و ۳ ساعت قبل از آن را در بر دارد جدول (۱).

جدول (۱). وضعیت هوای حال (ww)، مربوط به بارش تگرگ

کد مخابره	شرح پدیده	شدت
۲۷	رگبار تگرگ یا تگرگ همراه با باران، طی ساعت گذشته	*
۸۷	رگبار تگرگ ریز و یا نرم با و یا بدون باران و یا مخلوط باران و برف	ملازم
۸۸	رگبار تگرگ ریز و یا نرم با و یا بدون باران و یا مخلوط باران و برف	متوسط یا شدید
۸۹	رگبار تگرگ با و یا بدون باران و یا مخلوط باران و برف	ملازم
۹۳	برف یا مخلوط برف و باران و یا تگرگ توأم با رعدوبرق در ساعت گذشته	ملازم
۹۴	برف یا مخلوط برف و باران و یا تگرگ توأم با رعدوبرق در ساعت گذشته	متوسط یا شدید
۹۶	رعدوبرق توأم با تگرگ	ملازم یا متوسط
۹۹	رعدوبرق توأم با تگرگ	شدید

بدین ترتیب توزیع پذیری ۱۰ ایستگاه سینوپتیک منطق با استفاده از نرم‌افزار Gis، به همراه آزمون‌های برازش نیکویی هر یک از آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.

بنابراین در این مطالعه به منظور بررسی نحوه توزیع احتمال پدیده تگرگ، انواع مختلف توزیع‌های مربوط به متغیرهای تصادفی گسسته (به لحاظ ماهیت داده‌ها) جهت انتخاب بهترین نوع توزیع، در نرم‌افزار Spss مورد آزمون قرار گرفته است. در این راستا به منظور آزمون نیکویی برازش توزیع‌ها و همچنین نرمال بودن داده‌ها، از دو روش زیر استفاده شده است:

روش انجام پژوهش

آزمون کلموگروف-اسمیرنوف (KS^۱)

این آزمون یکی از آزمون‌های ناپارامتری ساده‌ای است که برای تعیین همگونی داده‌های تجربی با توزیع‌های آماری موردنظر به کار می‌رود؛ که بیش‌ترین اختلاف (تفاضل) بین احتمال مشاهده‌شده (تابع توزیع تجمعی تجربی) و احتمال نظری (تابع توزیع نظری) را به دست آورده و نتیجه رو حاصل می‌نماید. از مزایای آزمون کلموگروف-اسمیرنوف این است که در آن برخلاف روش معمول در آزمون‌های دو به‌جای استفاده از مشاهدات طبقه‌بندی‌شده، از مشاهدات رده‌بندی نشده استفاده می‌شود. بدین جهت در روش‌های دو مقداری اطلاعات بر اثر طبقه‌بندی از دست می‌رود، درحالی‌که برای آزمون کلموگروف-اسمیرنوف این اتفاق رخ نمی‌دهد. از این‌رو این آزمون حتی برای طول دوره آماری و تعداد مشاهدات (n) کم، قابل استفاده است (عساکره، ۱۳۹۰، ۵۱۱). آماره آزمون کلموگروف-اسمیرنوف که برابر با حداکثر تفاضل فراوانی مشاهده‌شده نسبتی تجمعی از فراوانی نظری نسبتی تجمعی است به قرار زیر بوده است. در این رابطه F فراوانی و I مشاهده موردنظر و N تعداد مشاهدات می‌باشد رابطه (۱)

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} \left(F(x_i) - \frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} - F(x_i) \right) \quad \text{رابطه (۱)}$$

آزمون اندرسون دارلینگ (AD^۲)

انتخاب یک توزیع احتمال مناسب برای داده‌های نمونه، مسئله مهمی در تجزیه و تحلیل فراوانی بوده است. آزمون اندرسون دارلینگ، برای تست یک نمونه از داده‌های یک جامعه با یک توزیع خاص به کار برده می‌شود. این آزمون حالت تغییر یافته از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف است. با این تفاوت که این آزمون در برآزش آزمون‌ها بر اساس توابع توزیع تجربی (مشاهدات) وزن مساوی به تفاوت بین توابع توزیع تجمعی تجربی و نظری (تئوریک) مربوط به تمامی مشاهدات قائل بوده است. نتایج آزمون اندرسون دارلینگ قوی‌تر از آزمون‌های سنتی مانند کرامر فون میزس^۳ و KS است (Shin, 2012: 105). آماره آزمون اندرسون دارلینگ به صورت زیر تعریف می‌شود (رابطه ۲).

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \left[\ln F(X_i) + \ln (1 - F(X_{n-i+1})) \right] \quad \text{رابطه (۲)}$$

با توجه به رابطه F تابع توزیع احتمال تجمعی و I مشاهده موردنظر و N تعداد مشاهدات می‌باشد. بعد از بررسی نتایج حاصل از آزمون نیکویی برآزش نسبت به انتخاب توزیع‌های مناسب اقدام شده است که نتایج حاصله توزیع‌های برنولی و فوق هندسی برای توزیع داده‌های تصادفی مورد مطالعه، مناسب نبوده‌اند. ولی توزیع‌های پواسون، دوجمله‌ای منفی، هندسی و دوجمله‌ای توزیع‌پذیری فراوانی روزهای همراه با تگرگ را با تفاوت‌هایی به خوبی نشان داده‌اند؛ بنابراین در این پژوهش، برای برآزش داده‌های تگرگ از چهار توزیع مذکور به شرح زیر استفاده شد:

الف- توزیع دوجمله‌ای

اگر آزمایش برنولی را که دو حالت دارد وقوع و عدم وقوع، n بار به‌طور مستقل تکرار کنیم آن را توزیع دوجمله‌ای^۴ می‌نامند و داریم (زارعی، ۱۳۸۳: ۲۷۰). (رابطه ۴)

$$P(X=x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \rightarrow x = 0, 1, \dots, n \\ 0 \rightarrow otherwise \end{cases} \quad \text{رابطه (۳)}$$

۱. Kolmogorov- Smirnov (KS)

۲. Anderson Darling (AD)

۳. Cramer Von Mises test

۴. Binomial Distribution

ب- توزیع دو جمله‌ای منفی

با استفاده از توزیع دو جمله‌ای متغیرهای برنولی، احتمال x رویداد موردنظر طی n بازه زمانی (مثلاً سال) قابل محاسبه است. تابع چگالی یک متغیر تصادفی توزیع دو جمله‌ای منفی^۵ با دو فراسنج p و k است و تعداد رویدادها (k) در متغیر برنولی (x) و با احتمال رویداد در هر متغیر برنولی (p) به شکل رابطه ۵، بیان می‌شود (عساکره، ۱۳۹۰، ۳۲۵).

$$P(X=x) = \binom{x-1}{k-1} p^k q^{x-k} \quad x = k, k+1, k+2, \dots \quad \text{رابطه (۴)}$$

ج- توزیع هندسی

اگر آزمایش برنولی را آنقدر تکرار نمائیم تا اولین پیروزی به دست آید، چنین آزمایشی را توزیع هندسی^۶ می‌نامند. P احتمال موفقیت ($q=1-p$) احتمال عدم موفقیت در X آزمایش برنولی باشد داریم (زارعی، ۱۳۸۳، ۲۹۹).

$$P(X=x) = p q^{x-1} \rightarrow x = 1, 2, 3, \dots \quad \text{رابطه (۵)}$$

د- توزیع پواسون

تابع احتمال توزیع پواسون^۷ به صورت زیر تعریف می‌شود (عساکره، ۱۳۹۰، ۳۳۴):

$$P(X=x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad \text{رابطه (۶)}$$

در این رابطه λ فراسنج توزیع و برابر با np ($\lambda = np$) و به معنی میانگین متوسط رخ دادن پیشامد موردنظر در واحد زمان (واحد مکان) است. e عدد نپر (تقریباً ۲/۷۱۸۳) است. X نیز برابر با تعداد روزهای همراه با تگرگ می‌باشد.

نتایج و بحث

در این مطالعه چون بانه بیشتر احتمال وقوع تگرگ را داشته به‌عنوان نمونه آورده شده است. نتایج حاصل از ایستگاه‌های دیگر در پیوست آورده شده است. در ادامه توزیع‌های احتمال روزهای همراه با تگرگ و آزمون برازش نیکویی آن در ایستگاه بانه (که دارای بالاترین فراوانی وقوع تگرگ بوده) مورد بررسی مفصلی قرار خواهد گرفت و در نهایت انتخاب بهترین مدل توزیع بیان می‌شود. احتمال فراوانی مشاهدات^۸ پدیده تگرگ در ایستگاه بانه (شامل احتمالات عدم وقوع، وقوع ۱ بار الی ۶ بار و بیش‌تر بارش تگرگ) بر توابع پواسون، دو جمله‌ای منفی و هندسی توزیع پذیر بوده‌اند. این احتمالات به همراه فراوانی مورد انتظار^۹ حاصل از هر یک از توابع مذکور در جدول ۲ آورده شده است. در دوره‌ی آماری مورد بررسی (۲۰۱۴-۱۹۹۲)، احتمال وقوع ۳ بار و سپس ۴ و ۵ بار پدیده تگرگ در هر یک سال، به ترتیب بیش‌ترین احتمال را داشته است. برآورد احتمالات عدم وقوع و وقوع یک‌بار الی ۶ بار و بیش‌تر پدیده تگرگ، با توزیع‌های پواسون و دو جمله‌ای منفی طی ۱۶ سال موردنظر؛ با سطح اطمینان بالایی حاصل شده است.

جدول (۲). توزیع احتمال فراوانی مشاهدات تجربی و مورد انتظار توزیع‌های مورد مطالعه برای روزهای تگرگ سالانه ایستگاه بانه

(۱۹۹۲-۲۰۱۴)

تعداد وقوع تگرگ	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶ بار و بیش‌تر	مجموع
-----------------	---	---	---	---	---	---	----------------	-------

5. Negative Binomial Distribution

6. Geometric Distribution

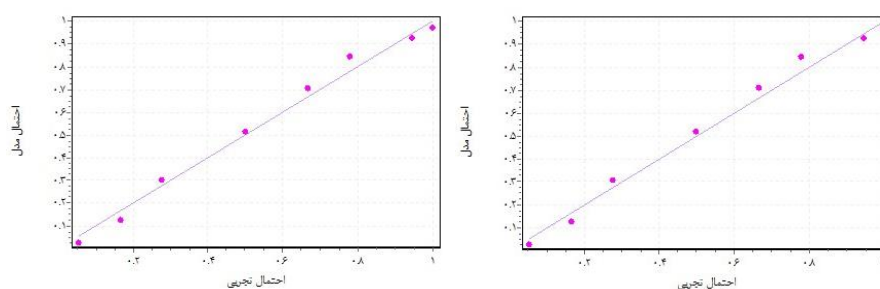
7. Poisson Distribution

8. Observed Frequencies

9. Expected of Theoretical Frequencies

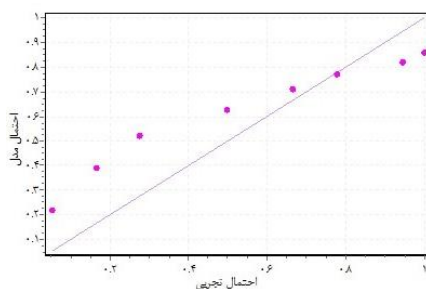
۱۷	۲	۳	۳	۴	۲	۲	۱	فراوانی مشاهدات
۱	۰/۰۵۸	۰/۱۸	۰/۱۸	۰/۲۰	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۰۵۲	احتمال فراوانی مشاهدات
۱	۰/۲	۰/۰۵	۰/۰۸	۰/۱	۰/۱۱	۰/۱۹	۰/۲۱	احتمال فراوانی مدل هندسی
-	۱	۰/۸	۰/۷۰	۰/۵۸	۰/۵۱	۰/۳۶	۰/۲۱	احتمال تجمعی فراوانی مدل هندسی
۱	۰/۰۹۹	۰/۰۷	۰/۱۹	۰/۲۰	۰/۱۶	۰/۱	۰/۰۲۳	احتمال فراوانی مدل پواسون
-	۱	۰/۹	۰/۶۹	۰/۵	۰/۲۹	۰/۱۱	۰/۰۲۳	احتمال تجمعی فراوانی مدل پواسون
۱	۰/۱۰۲	۰/۰۸	۰/۱۸	۰/۲۱	۰/۱۷	۰/۱	۰/۰۲۸	احتمال فراوانی مدل دو جمله‌ای منفی
-	۱	۰/۸۹	۰/۶۸	۰/۵	۰/۲۹	۰/۱۲	۰/۰۲۸	احتمال تجمعی فراوانی مدل دو جمله‌ای منفی

در برازش آزمون‌ها بر اساس توابع توزیع تجربی، توزیع پواسون رتبه اول را کسب نموده است و این مطلب در نمودارهای p-p شکل (۲) به وضوح نمایش داده شده است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌گردد تمامی نقاط حاصل از احتمالات تجمعی مشاهدات در برابر احتمالات تجمعی مقادیر مورد انتظار از تابع پواسون بر روی نیمساز مربعی با اضلاع واحد قرار گرفته‌اند، بدین ترتیب مشاهدات با توزیع مورد نظر برازنده می‌باشند. بر اساس این مدل احتمال روزهای بدون تگرگ ۰/۰۲۳ درصد برآورد شده است.



ب: توزیع دو جمله‌ای منفی

الف: توزیع پواسون

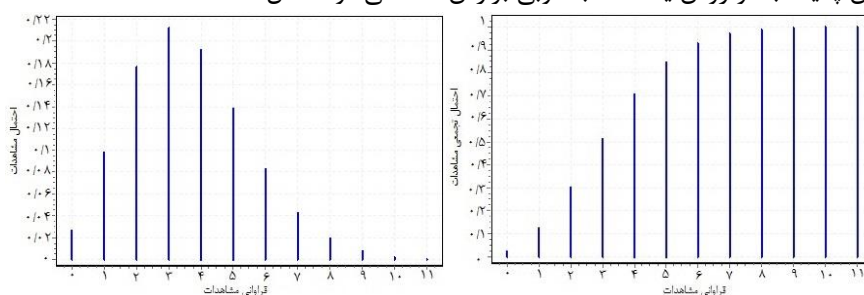


ج: توزیع هندسی

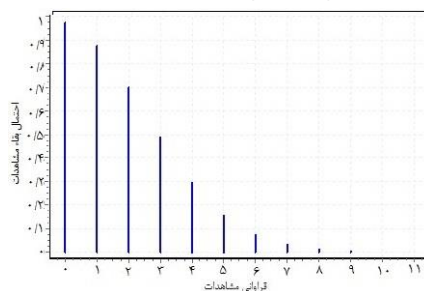
شکل (۲). نمودار احتمال - احتمال (p-p) برای مشاهدات جدول ۴ ایستگاه بانه (۲۰۱۴-۱۹۹۲)

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد بیشینه احتمال بارش تگرگ (۰/۲۰ درصد) مربوط به ۳ بار و کمینه آن (۰/۰۷ درصد) مربوط به ۵ بار بارش تگرگ در سال بوده است. در این بررسی برازش آزمون‌ها توزیع دو جمله‌ای منفی رتبه دوم را به خود اختصاص داده است. آنچه در شکل ۳ قابل مشاهده می‌باشد احتمالات وقوع پدیده تگرگ طی ۲۲ سال مورد نظر (۲۰۱۴-۱۹۹۲)، بر اساس توزیع پواسون است. بر اساس این توزیع احتمال وقوع ۳ بار پدیده تگرگ در هر یک سال، در ایستگاه بانه دارای بالاترین میزان (۰/۲۰ درصد) بوده است شکل (۳، الف: نمودار تابع احتمال). همچنین احتمال وقوع ۳ بار و کم‌تر پدیده تگرگ در این ایستگاه ۰/۵ درصد می‌باشد (شکل ۳، ب: نمودار احتمال تجمعی). احتمال وقوع پدیده تگرگ از فراوانی ۶ بار و بیش‌تر به پایین‌ترین حد ممکن خود می‌رسد شکل (۳، ج: نمودار بقاء). در برازش مشاهدات بارش تگرگ در محدوده

زاگرس شمالی از طریق توزیع دو جمله‌ای منفی، احتمالات مشابه توزیع پواسون حاصل گشته است؛ که این نشان می‌دهد در ایستگاه بانه این پدیده با دو روش یاد شده به خوبی برازش داده می‌شود شکل (۴).

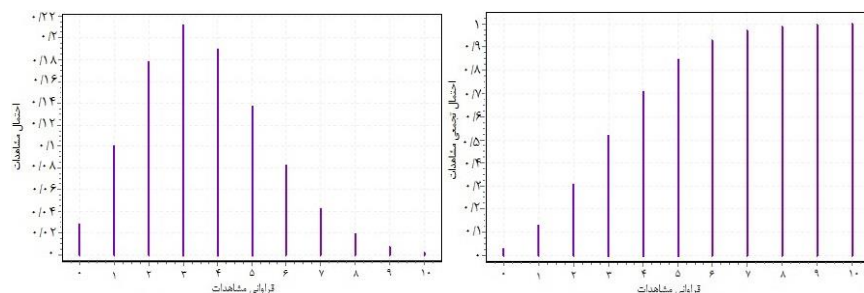


الف: نمودار تابع احتمال توزیع پواسون ب: نمودار احتمال تجمعی توزیع پواسون

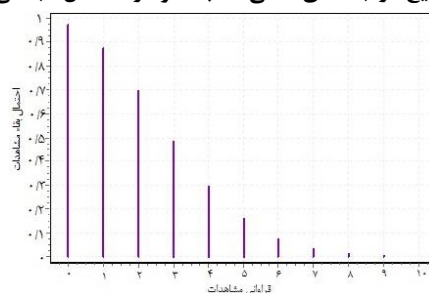


ج: نمودار تابع احتمال بقاء توزیع پواسون

شکل (۳). نمودار انواع احتمال توزیع پواسون روزهای همراه با تگرگ ایستگاه بانه (۲۰۱۴-۱۹۹۲)



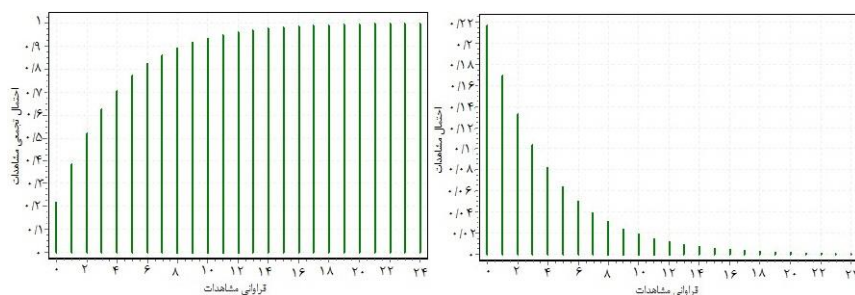
الف: نمودار تابع احتمال توزیع دو جمله‌ای منفی ب: نمودار احتمال تجمعی توزیع دو جمله‌ای منفی



ج: نمودار تابع احتمال بقاء توزیع دو جمله‌ای منفی

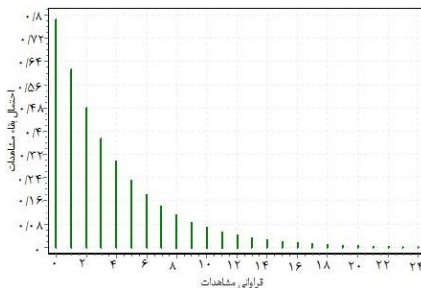
شکل (۴). نمودار انواع احتمال توزیع دو جمله‌ای منفی روزهای همراه با تگرگ ایستگاه بانه (۲۰۱۴-۱۹۹۲)

برآورد احتمالات مشاهدات تگرگ از طریق توزیع هندسی نسبت به دو توزیع مذکور از اعتبار کمتری برخوردار است. در این دو توزیع برخلاف دو توزیع دیگر احتمال عدم وقوع تگرگ در هر سالی بالاترین مقدار (۲۱٪ درصد) را داشته است؛ که با احتمال مشاهدات تجربی تفاوت دارد شکل (۵).



ب: نمودار احتمال تجمعی توزیع هندسی

الف: نمودار تابع احتمال توزیع هندسی



ج: نمودار تابع احتمال بقاء توزیع هندسی

شکل (۵). نمودار انواع احتمال توزیع هندسی روزهای همراه با تگرگ ایستگاه بانه (۲۰۱۴-۱۹۹۲)

همچنین به منظور رتبه‌بندی توزیع‌های یاد شده برای برازش مشاهدات بارش تگرگ در ایستگاه بانه از دو آزمون کلموگروف-اسمیرنوف و اندرسون دارلینگ با اعتبار بیشتر، استفاده شده است. نتایج این دو آزمون در جدول (۳) ارائه شده است.

جدول (۳). آزمون برازش نیکوئی انواع توزیع نظری برای توزیع مشاهدات ایستگاه بانه (۲۰۱۴-۱۹۹۲)

توزیع	پارامترها	کلموگروف-اسمیرنوف		اندرسون دارلینگ	
		رتبه	آماره آزمون	رتبه	آماره آزمون
هندسی	$p = 0.21687$	۴	۰/۳۵۳۰۴	۳	۳/۳۵۷۴
دوجمله‌ای منفی	$p = 0.98072$ $n = 183$	۳	۰/۲۳۹۲۲	۲	۱/۰۹۸۷
پواسون	$\lambda = 3/6111$	۲	۰/۲۳۵۰۸	۱	۱/۰۶۹۵
دوجمله‌ای		برای برازش توزیع مشاهدات تجربی مناسب نیست.			

همواره در تجزیه و تحلیل فراوانی، انتخاب یک توزیع احتمال مناسب برای داده‌های مشاهداتی، امر مهم و غیرقابل انکار می‌باشد. در این بررسی توزیع پواسون در برازش داده‌های بارش تگرگ بانه بهترین رتبه را کسب نموده است. از آنجایی که آماره‌ی آزمون این توزیع (۱/۰۶۹۵) از مقدار بحرانی کم‌تر است. بدین ترتیب آزمون توزیع موردنظر، تأیید می‌گردد. لذا در سطح معنی‌داری ۰/۰۱ درصد فرض صفر رد نمی‌شود. به عبارت دیگر توزیع مشاهدات موردنظر با توزیع احتمالی پواسون به خوبی مطابقت دارد. این مطلب در سطح اطمینان ۹۹/۹۹ درصد بیان می‌شود که این نشان‌دهنده‌ی میزان اعتبار بالای این توزیع است. پیروی مشاهدات از توزیع احتمالی دو جمله‌ای منفی در رتبه‌ی دوم نسبت به سایر توزیع‌ها قرار گرفته است. آماره آزمون‌های توزیع‌های موردبررسی و نتایج تأیید آزمون‌ها در جدول (۴) قابل مشاهده و بررسی می‌باشد. در این مطالعه چون بانه بیشتر احتمال وقوع تگرگ را داشته به‌عنوان نمونه آورده شده است. نتایج حاصل از ایستگاه‌های دیگر در پیوست آورده شده است. با توجه به اینکه جداول خروجی حاصل از استخراج روزهای همراه با تگرگ و فراوانی آن‌ها زیاد بوده است نمونه‌های در پیوست آورده شده است.

نتیجه نهایی از تجزیه و تحلیل فراوانی بارش تگرگ در ایستگاه بانه، انتخاب توزیع پواسون و سپس دو جمله‌ای منفی با سطح اطمینان نزدیک ۱۰۰ درصد برای برازش مشاهدات تجربی است. بر اساس آزمون اندرسون دارلینگ توزیع هندسی برازش داده‌های نمونه مناسب نبوده است.

جدول (۴). محاسبات آزمون برازش نیکویی انواع توزیع نظری برای توزیع مشاهدات بارش تگرگ ایستگاه بانه (۲۰۱۴-۱۹۹۲)

آزمون کلموگروف-اسمیرنوف				
توزیع دو جمله‌ای منفی	توزیع هندسی	توزیع پواسون	توزیع نظری	
۱۸	۱۸	۱۶	فراوانی نمونه	
۰/۲۳۹۲۲	۰/۳۵۳۰۴	۰/۲۳۴۳۵	آماره آزمون	
۰/۲۱۶۵۳	۰/۰۱۶۳۹	۰/۲۳۲۸۹	سطح معنی‌داری (p-value)	
۲	۳	۱	رتبه	
۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۲	سطح معنی‌داری (α)	
آزمون اندرسون دارلینگ				
توزیع دو جمله‌ای منفی	توزیع هندسی	توزیع پواسون	توزیع نظری	
۱۸	۱۸	۱۶	فراوانی نمونه	
۱/۰۹۸۷	۳/۳۵۷۴	۱/۰۶۹۵	آماره آزمون	
۲	۳	۱	رتبه	
۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۲	سطح معنی‌داری (α)	

نتیجه‌گیری

بر اساس نتایج به‌دست‌آمده این مطالعه در بررسی مدل‌های توزیع برآورد احتمال وقوع بارش تگرگ، توزیع‌های پواسون، دو جمله‌ای منفی، هندسی و دو جمله‌ای، توزیع‌پذیری فراوانی مشاهدات را با تفاوت‌هایی به‌خوبی نشان داده‌اند. طبق نتایج این برآوردها بین ایستگاه‌های موردبررسی، ایستگاه بانه که بیش‌ترین فراوانی بارش تگرگ در کل منطقه را به خود اختصاص داده و دارای کم‌ترین احتمال روزهای بدون تگرگ (۰/۲۳ درصد) و ایستگاه پیرانشهر دارای بیش‌ترین احتمال روزهای بدون تگرگ (۰/۳۹ درصد) است؛ بنابراین احتمال وقوع تگرگ در بانه از درصد بالاتری برخوردار می‌باشد. در این ایستگاه بیش‌ترین احتمال رخداد روزهای همراه با تگرگ (۰/۲۰ درصد) مربوط به ۳ روز و کم‌ترین احتمال آن (۰/۲۱ درصد) مربوط به صفر روز (عدم وقوع بارش تگرگ) است.

در جمع‌بندی بررسی انواع مدل‌های تئوریک و انتخاب بهترین مدل در برازش مشاهدات تجربی بارش تگرگ در ایستگاه‌های سینوپتیکی منطقه محدوده زاگرس شمالی، با توجه به نتایج حاصل از آزمون نیکویی برازش به دو روش کلموگروف-اسمیرنوف و اندرسون دارلینگ بر روی روش‌های مختلف توزیع احتمال متغیرهای تصادفی در سطح اطمینان بالای ۹۹/۹۰ درصد نشان داد که روش توزیع پواسون رتبه اول در برازش مناسب با داده‌های تگرگ را دارد. لازم به ذکر می‌باشد که نتایج حاصل از آزمون اندرسون دارلینگ دارای اعتبار بیش‌تری بوده است. چرا که تفاوت بین توابع توزیع تجمعی تجربی و نظری مربوط به تمامی مشاهدات را با وزن مساوی مطرح می‌کند. بر اساس مدل پواسون ۹۱/۵ درصد از فراوانی مشاهدات بارش تگرگ ایستگاه‌های توزیع‌پذیر منطقه؛ با سطح اطمینان قابل قبول به‌خوبی برازش داده می‌شود. به‌عبارت‌دیگر نتایج حاصل از این توزیع در برآورد احتمالات فراوانی وقوع تگرگ، کم‌تر از ۵ درصد موارد اشتباه و بالای ۹۵ درصد موارد صحیح می‌باشد. احتمال دقیق روزهای همراه با بارش تگرگ محاسبه‌شده با استفاده از این مدل نشان می‌دهد که بیش‌ترین تعداد روزهای همراه با تگرگ ۶ روز در سال بوده است که مربوط به ایستگاه بانه با بالاترین فراوانی وقوع تگرگ، است. همچنین مدل دو جمله‌ای منفی به‌استثنای ایستگاه روانسر؛ در رتبه‌ی بعدی مشاهدات پدیده‌ی تگرگ منطقه را به‌خوبی

برازش می‌دهد. نتایج حاصل از به‌کارگیری این دو توزیع نیز نشان داد که احتمال وقوع یک‌بار بارش تگرگ ۰/۱ درصد می‌باشد و در مجموع فراوانی‌های ۲ تا ۴ بار در طول ۲۲ سال مورد مطالعه، بالاترین احتمالات را دارند. به‌نحوی که در مقایسه با احتمال فراوانی صفر (حالت عدم وقوع) که میزان آن ۰/۲۳ درصد می‌باشد، به‌طور متوسط ۹ برابر احتمال وقوع در مقابل عدم وقوع وجود دارد. این امر حاکی از رخداد بالای این پدیده در منطقه می‌باشد که بایستی در برنامه‌ریزی و مدیریت مخاطرات طبیعی مورد توجه قرار گیرد. نتایج این تحقیق در مقایسه با نتایج میرموسوی و اکبری (۱۳۸۸) و میرموسوی و کیانی (۱۳۹۰) که بررسی احتمالات رخداد روزهای تگرگ با روش‌های توزیع پواسن و دوجمله‌ای منفی در استان آذربایجان شرقی و کرمانشاه پرداخته‌اند به نتایج یکسانی رسیدند.

منابع

- اسماعیلی، رضا؛ امیر گندمکار و حسنعلی غیور. (۱۳۹۰). پهنه‌بندی میزان تغییرات اقلیمی از دیدگاه کشاورزی در دوره اقلیمی ۳۰ ساله / مطالعه موردی: استان خراسان رضوی. *نشریه‌ی جغرافیا و برنامه‌ریزی محیطی*، ۴۱: ۵۲-۳۵.
- ایرانیپور، فخرالدین، باقری، ایرج (۱۳۹۵)، تحلیل آماری همدیدی بارش تگرگ در استان همدان، *نشریه پژوهش‌های اقلیم‌شناسی*، ۷(۲۷ و ۲۸)، ۱۱۵-۱۳۱.
- جدیدی، تورج؛ صیاد خشتکار ثانی و بهاره نعیمی. (۱۳۹۰). پهنه‌بندی فراوانی احتمال وقوع تگرگ در استان آذربایجان غربی. *همایش ملی تغییر اقلیم و تأثیر آن بر کشاورزی و محیط‌زیست / ارومیه*، ۶-۳۱.
- خورشید دوست، محمدعلی، اسدی، مهدی، حاجی محمدی، حسن (۱۳۹۶)، بررسی ساختار منطقه‌ای جو در زمان رخداد توفان تندری همراه با تگرگ از ۱۶ تا ۱۸ جولای ۲۰۱۶ مورد مطالعه: شمال غرب ایران، *نشریه تحلیل فضایی مخاطرات محیطی*، سال چهارم، شماره ۲، صص ۵۰-۳۷.
- خوش‌اخلاق، فرامرز؛ محمدی، حسین؛ شمسی‌پور، علی‌اکبر؛ افتادگان خوزانی، اصغر (۱۳۹۱)، واکاوی همدید بارش تگرگ فراگیر در شمال غرب ایران، *جغرافیا و مخاطرات محیطی* شماره ۲، صص ۶۹-۵۵.
- زارعی، امجد. (۱۳۸۳). *آمار مهندسی*، چاپ اول، تهران، انتشارات دانش‌پرور، تهران.
- سیف، مهرزاد. (۱۳۷۵). بررسی توزیع بارش تگرگ در ایران و مطالعه موردی آن، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، مؤسسه ژئوفیزیک، دانشگاه تهران، تهران.
- شایان، سیاوش؛ محمد دارند. (۱۳۸۷). مدل‌سازی مخاطرات اقلیمی و تأثیر آن بر سلامتی انسان. *جغرافیا، رشد آموزش جغرافی*، ۸۵، ۲۰-۱۱.
- عساکره، حسین. (۱۳۹۰). *مبانی اقلیم‌شناسی آماری*، چاپ اول، دانشگاه زنجان، زنجان.
- علیجانی، بهلول. (۱۳۸۸). *اقلیم‌شناسی سینوپتیک*، چاپ سوم، انتشارات سمت، تهران.
- علیزاده، امین؛ غلامعلی کمالی، فرهاد موسوی و محمد موسوی بایگی. (۱۳۸۴). *هوا و اقلیم‌شناسی*، چاپ هشتم، نشر دانشگاه امام رضا (ع)، مشهد.
- میرموسوی، سید حسین و یونس اکبرزاده. (۱۳۸۸). کاربست توزیع‌های پواسن و دو جمله‌ای منفی در برآورد احتمالات رخداد روزهای تگرگ / مطالعه موردی: استان آذربایجان شرقی. *مجله جغرافیا و برنامه‌ریزی محیطی*، ۴، ۸۴-۷۳.
- میرموسوی، سید حسین، کریمی، پریسا، حیدری منفرد، زهرا، (۱۳۹۳)، مطالعه توزیع احتمال بارش برف بهاره در شهرستان خدابنده، *اولین همایش ملی جغرافیا، شهرسازی و توسعه پایدار*، تهران.
- میرموسوی، سید حسین و کیانی، حدیث، (۱۳۹۰)، مطالعه توزیع احتمالات رخداد بارش تگرگ در فصل رشد گیاهان باغی و زراعی استان کرمانشاه، *نخستین کنفرانس ملی هواشناسی و مدیریت آب کشاورزی*، تهران، دانشگاه تهران، ۱۰-۱.
- Ambrosio, I. S.; M. Francisco, and E. Fermin (2007). Development and behavior of radar-based operational tool for hailstorm identification. *Atmospheric Research*, ۸۳, ۴۷۳-۴۸۴

- Aran, M., Pena, J.C., Tora, M., (2010), "Atmospheric Circulation Patterns Associated with project for intensive surveillance of hail events in Terres de Ponent (lleida), Atmospheric Research, ۸۳, ۳۱۵-۳۳۵. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2010.10.029>
- Billet, J. M. Delisi, and B. G. smith. (1997). Notes and correspondence Use of Regression Techniques to Predict Hail Size and the Probability of Large Hail, Weather and forecasting, ۱۲, ۱۵۴-۱۶۴ [https://doi.org/10.1175/1520-0434\(1997\)012<0154:UORTTP>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0434(1997)012<0154:UORTTP>2.0.CO;2)
- Changnon, S. A. (1995). Temporal Fluctuations of Hail in Illinois, Miscellaneous Publication ۱۶۷. ۳۱۲-۳۲۲.
- Cheng, L. M. English. (1983). A Relationship Between Hailstone Concentration and Size, Journal of Atmospheric Sciences, ۴۰, ۲۰۴-۲۱۳. [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1983\)040<0204:ARBHCA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1983)040<0204:ARBHCA>2.0.CO;2)
- Giaioti, D., F. Stel. (2006). The effects of environmental water vapor on hailstone size distributions, Atmospheric Research, 82, 455-462. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2006.02.002>
- Groenemeijer, P., H. Delden, A. Van. (2007). Sounding-derived parameters associated with large hail and tornadoes in the Netherland, Atmospheric Research, 83, 473-487. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2005.08.006>
- Hail Events in Lleida (Catalonia)", Atmospheric Research, 100: 428-438.
- Hey, M. H. F., P. R. Waylen. (1987). Probabilities of Daily Hail and Thunder Occurrences, Journal of climate and Applied meteorology, 26, 1014-1021. [https://doi.org/10.1175/1520-0450\(1987\)026<1014:PODHAT>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0450(1987)026<1014:PODHAT>2.0.CO;2)
- Mikus, Petra., Maga, T.P., Natasha, S.M., (2011), "Analysis of the Convective Activity and its Synoptic Background over Croatia", Atmospheric Research Review, 104-105: 139-159. <https://doi.org/10.1016/j.atmosres.2011.09.016>
- Pinto, O. Jr., I.R.C.A. Pinto & M.A.S. Ferro, (2013), "A Study of the Long-Term Research: Atmospheres, Vol. 118, No. 11, Pp. 5231-5246, <https://doi.org/10.1002/jgrd.50282>
- Pocakal, D. J. Stalec. (2003). Statistical analysis of hail characteristics in the hail-protected western part of Croatia using data from hail suppression stations, Atmospheric Research, 68, 533-540. [https://doi.org/10.1016/S0169-8095\(03\)00071-1](https://doi.org/10.1016/S0169-8095(03)00071-1)
- Sakamoto, C. M. (1973). Application of the poisson and negative Binomial models to thunderstorm and hail days probabilities in Nevada, Monthly Weather Review, 4, 350-355 [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1973\)101<0350:AOTPAN>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1973)101<0350:AOTPAN>2.3.CO;2)
- Sanchez, J. L., J. L. Marcos, M. T. Fuente, and A. Castro. (1998). A Logistic Regression model applied to Short Term Forecast of Hail Risk, Phys. Chem. Earth, 23, 645-648 [https://doi.org/10.1016/S0079-1946\(98\)00102-5](https://doi.org/10.1016/S0079-1946(98)00102-5)
- Schuster, S. A. (2005). A Hail climatology of the greater Sydney area, international journal of climatology, 25, 416-430. <https://doi.org/10.1002/joc.1199>
- Shin, H., Y. Jung, Ch. Jeong, J.H. Heo. (2012). Assessment of Modified Anderson-Darling Test Statistics for The Generalized Extreme Value and Generalized Logistic Distributions, Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 26, 105-114. <https://doi.org/10.1007/s00477-011-0463-y>

پیوست ۱.

جدول پیوست: توزیع احتمال فراوانی مشاهدات تجربی و مورد انتظار توزیع‌های مورد مطالعه برای روزهای تگرگ سالانه

ایستگاه‌های توزیع‌پذیر (۲۰۰۹-۱۹۹۲)

تعداد وقوع تگرگ	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶ و بیشتر	مجموع

۱۸	۱	۱	۵	۲	۲	۵	۲	همدان	فراوانی مساهلات
۱۸	-	۱	۳	۶	۶	۱	۱	سردشت	
۱۸	-	۱	۲	۱	۶	۵	۳	کرمانشاه	
۱۸	-	-	۱	۱	۳	۵	۸	روانسر	
۱۸	-	-	۱	۱	۴	۴	۸	بیجار	
۱۸	-	-	۴	۲	۳	۶	۳	اسلام آباد غرب	
۱۸	-	-	۲	۳	۴	۵	۴	بیجار	
۱۶	-	-	۱	۲	۷	۳	۳	سقز	
۱۸	-	-	۱	۱	۵	۷	۴	پیرانشهر	
۱۸	-	-	۱	۱	۴	۷	۵		
۱	۰/۰۸	۰/۰۵	۰/۲۷	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۲۷	۰/۱۱	مراغه	احتمال فراوانی مساهلات
-	-	۰/۰۸	۰/۱۶	۰/۳۳	۰/۳۳	۰/۰۵	۰/۰۵	همدان	
-	-	۰/۰۸	۰/۱۱	۰/۰۵	۰/۳۳	۰/۲۷	۰/۱۶	سردشت	
-	-	-	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۱۷	۰/۲۷	۰/۴۵	کرمانشاه	
-	-	-	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۲۲	۰/۲۲	۰/۴۴	روانسر	
-	-	-	۰/۲۲	۰/۱۱	۰/۱۷	۰/۳۳	۰/۱۷	بیجار	
-	-	-	۰/۱۴	۰/۱۶	۰/۲۲	۰/۲۷	۰/۲۱	اسلام آباد غرب	
-	-	-	۰/۰۸	۰/۱۲	۰/۴۴	۰/۱۸	۰/۱۸	بیجار	
-	-	-	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۲۷	۰/۳۹	۰/۲۲	سقز	
-	-	-	۰/۰۸	۰/۰۵	۰/۲۲	۰/۳۸	۰/۲۷	پیرانشهر	
۱	۰/۱۶	۰/۰۵	۰/۰۷	۰/۱۰	۰/۱۴	۰/۲۰	۰/۲۸	مراغه	احتمال فراوانی مدل همبستگی
-	-	۰/۲۲	۰/۰۷	۰/۱۰	۰/۱۴	۰/۲۰	۰/۲۷	همدان	
-	-	۰/۱۴	۰/۰۶	۰/۰۹	۰/۱۴	۰/۲۲	۰/۳۵	سردشت	
-	-	-	۰/۰۶	۰/۰۶	۰/۱۳	۰/۲۵	۰/۵۰	کرمانشاه	
-	-	-	۰/۰۹	۰/۰۶	۰/۱۲	۰/۲۵	۰/۴۸	روانسر	
-	-	-	۰/۲۱	۰/۰۹	۰/۱۴	۰/۲۲	۰/۳۴	بیجار	
-	-	-	۰/۱۷	۰/۰۹	۰/۱۴	۰/۲۲	۰/۳۷	اسلام آباد غرب	
-	-	-	۰/۱۷	۰/۰۹	۰/۱۴	۰/۲۲	۰/۳۷	بیجار	
-	-	-	۰/۱۲	۰/۰۸	۰/۱۴	۰/۲۴	۰/۴۲	سقز	
-	-	-	۰/۱۱	۰/۰۷	۰/۱۳	۰/۲۴	۰/۴۵	پیرانشهر	
-	۱	۰/۸۴	۰/۷۹	۰/۷۲	۰/۶۲	۰/۴۸	۰/۲۸	مراغه	احتمال همبستگی فراوانی مدل همبستگی
-	-	۱	۰/۷۸	۰/۷۱	۰/۶۱	۰/۴۷	۰/۲۷	همدان	
-	-	۱	۰/۸۶	۰/۸۰	۰/۷۱	۰/۵۷	۰/۳۵	سردشت	
-	-	-	۱	۰/۹۴	۰/۸۸	۰/۷۵	۰/۵۰	کرمانشاه	
-	-	-	۱	۰/۹۱	۰/۸۵	۰/۷۳	۰/۴۸	روانسر	
-	-	-	۱	۰/۷۹	۰/۷۰	۰/۵۶	۰/۳۴	بیجار	
-	-	-	۱	۰/۸۳	۰/۷۴	۰/۶۰	۰/۳۷	اسلام آباد غرب	
-	-	-	۱	۰/۸۳	۰/۷۴	۰/۶۰	۰/۳۷	بیجار	
-	-	-	۱	۰/۸۸	۰/۸۰	۰/۶۶	۰/۴۲	سقز	
-	-	-	۱	۰/۸۹	۰/۸۲	۰/۶۹	۰/۴۵	پیرانشهر	
ادامه جدول پیوست									
مجموع	۶ و بیشتر	۵	۴	۳	۲	۱	۰	تعداد وقوع تگرگ	احتمال فراوانی مدل پواسون
۱	۰/۰۹	۰/۰۶	۰/۱۳	۰/۲۱	۰/۲۵	۰/۱۹	۰/۰۷	مراغه	
-	-	۰/۱۶	۰/۱۴	۰/۲۲	۰/۲۴	۰/۱۸	۰/۰۶	همدان	
-	-	۰/۰۶	۰/۰۷	۰/۱۶	۰/۲۶	۰/۲۹	۰/۱۶	سردشت	
-	-	-	۰/۰۲	۰/۰۶	۰/۱۸	۰/۳۷	۰/۳۷	کرمانشاه	
-	-	-	۰/۰۵	۰/۰۶	۰/۱۹	۰/۳۶	۰/۳۴	روانسر	
-	-	-	۰/۱۵	۰/۱۶	۰/۲۶	۰/۲۸	۰/۱۵	بیجار	
-	-	-	۰/۱۱	۰/۱۴	۰/۲۶	۰/۳۱	۰/۱۸	اسلام آباد غرب	
-	-	-	۰/۱۱	۰/۱۴	۰/۲۶	۰/۳۱	۰/۱۸	بیجار	
-	-	-	۰/۰۷	۰/۱۰	۰/۲۳	۰/۳۴	۰/۲۶	سقز	
-	-	-	۰/۰۵	۰/۰۸	۰/۲۲	۰/۳۶	۰/۲۹	پیرانشهر	

	-	-								
-	۱	۰/۹۱	۰/۸۵	۰/۷۲	۰/۵۱	۰/۲۶	۰/۰۷	مراغه	احتمال تجمعی فراوانی مدل پواسون	
	-	۱	۰/۸۴	۰/۷۰	۰/۴۸	۰/۲۴	۰/۰۶	همدان		
	-	۱	۰/۹۴	۰/۸۷	۰/۷۱	۰/۴۵	۰/۱۶	سردشت		
	-	-	۱	۰/۹۸	۰/۹۲	۰/۷۴	۰/۳۷	کرمانشاه		
	-	-	۱	۰/۹۵	۰/۸۹	۰/۷۰	۰/۳۴	روانسر		
	-	-	۱	۰/۸۵	۰/۶۹	۰/۴۲	۰/۱۵	بیجار		
	-	-	۱	۰/۸۹	۰/۷۵	۰/۴۹	۰/۱۸	اسلام آباد غرب		
	-	-	۱	۰/۸۹	۰/۷۵	۰/۴۹	۰/۱۸	بیجار		
	-	-	۱	۰/۹۳	۰/۸۳	۰/۶۰	۰/۲۶	سقز		
	-	-	۱	۰/۹۵	۰/۸۷	۰/۶۵	۰/۲۹	پیرانشهر		
۱	۰/۰۸	۰/۰۰۶	۰/۱۱	۰/۱۸	۰/۲۴	۰/۲۲	۰/۱۱	مراغه	احتمال تجمعی فراوانی مدل دو جمله‌ای منفی	
	-	۰/۰۵	۰/۱۵	۰/۳۱	۰/۳۱	۰/۱۵	۰/۰۳	همدان		
	-	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۱۵	۰/۲۶	۰/۲۹	۰/۱۶	سردشت		
	-	-	۰/۰۳	۰/۰۷	۰/۱۶	۰/۳۲	۰/۴۲	کرمانشاه		
	-	-	۰/۰۴	۰/۰۶	۰/۱۵	۰/۳۱	۰/۴۴	روانسر		
	-	-	۰/۱۵	۰/۱۶	۰/۲۶	۰/۲۸	۰/۱۵	بیجار		
	-	-	۰	۰	۰	۰	۱	اسلام آباد غرب		
	-	-	۰/۰۸	۰/۱۶	۰/۳۱	۰/۳۲	۰/۱۳	بیجار		
	-	-	۰/۰۵	۰/۱۰	۰/۲۵	۰/۳۷	۰/۲۳	سقز		
	-	-	۰/۰۵	۰/۰۸	۰/۲۲	۰/۳۶	۰/۲۸	پیرانشهر		
-	۱	۰/۹۲	۰/۸۶	۰/۷۵	۰/۵۷	۰/۳۳	۰/۱۱	مراغه	احتمال تجمعی فراوانی مدل دو جمله‌ای منفی	
	-	۱	۰/۹۵	۰/۸۰	۰/۴۹	۰/۱۸	۰/۰۳	همدان		
	-	۱	۰/۹۳	۰/۸۶	۰/۷۱	۰/۴۵	۰/۱۶	سردشت		
	-	-	۱	۰/۹۷	۰/۹۰	۰/۷۴	۰/۴۲	کرمانشاه		
	-	-	۱	۰/۹۶	۰/۹۰	۰/۷۵	۰/۴۴	روانسر		
	-	-	۱	۰/۸۵	۰/۶۹	۰/۴۲	۰/۱۵	بیجار		
	-	-	۱	۱	۱	۱	۱	اسلام آباد غرب		
	-	-	۱	۰/۹۲	۰/۷۶	۰/۴۵	۰/۱۳	بیجار		
	-	-	۱	۰/۹۵	۰/۸۵	۰/۶۰	۰/۲۳	سقز		
	-	-	۱	۰/۹۴	۰/۸۶	۰/۶۴	۰/۲۸	پیرانشهر		
ادامه جدول پیوست										
مجموع	۶ و بیشتر	۵	۴	۳	۲	۱	۰	تعداد وقوع تگرگ		
۱	۰	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	۰/۱۷	مراغه	احتمال تجمعی فراوانی مدل دو جمله‌ای منفی	
	-	۰	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰	همدان		
	-	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	سردشت		
	-	-	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	کرمانشاه		
	-	-	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	روانسر		
	-	-	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	۰/۲۰	بیجار		
	-	-	۰	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	اسلام آباد غرب		
	-	-	۰	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	بیجار		
	-	-	۰	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	سقز		
	-	-	۰	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	پیرانشهر		

-	-	۱	۰/۱۸۶	۰/۱۶۸	۰/۵۱	۰/۳۴	۰/۱۷	مراغه	موسسه جغرافیایی ملی تحقیقات گسترده احتمال تخصصی فراغی مدل
-	-	۱	۱	۰/۱۷۵	۰/۵	۰/۲۵	۰	همدان	
-	-	۱	۱	۰/۱۸۰	۰/۶۰	۰/۴۰	۰/۲۰	سردشت	
-	-	-	۱	۰/۱۸۰	۰/۶۰	۰/۴۰	۰/۲۰	کرمانشاه	
-	-	-	۱	۰/۱۸۰	۰/۶۰	۰/۴۰	۰/۲۰	روانسر	
-	-	-	۱	۰/۱۸۰	۰/۶۰	۰/۴۰	۰/۲۰	بیجار	
-	-	-	۱	۱	۰/۷۵	۰/۵۰	۰/۲۵	اسلام‌آباد غرب	
-	-	-	۱	۱	۰/۷۵	۰/۵۰	۰/۲۵	بیجار	
-	-	-	۱	۱	۰/۷۵	۰/۵۰	۰/۲۵	سقز	
-	-	-	۱	۱	۰/۷۵	۰/۵۰	۰/۲۵	پیرانشهر	